دولة فلسطين
وزارة التربية والتعليم العالي

الإدارة العامة للإشراف والتأهيل التربوي

تصنيف أسئلة الثانوية العامة

مبحث الرياضيات

الفرع العلمي

غزة
2023

فريق المراجعة والتطوير

د. رحمة محمد عودة	مشرفة مبحث الرياضيات– مديرية غرب غزة
أ.رفيق نوفل الصيفي	مشرف مبحث الرياضيات– مديرية شمال غزة
أ. لينة سميح داوود	معلمة – مدرسة بشير الريس الثانوية للبنات
أ. نهلة جواد صيام	معلمة – مدرسة زهرة المدائن الثانوية للبنات
أ.إيمان خالد أبو شرار	معلمة – مدرسة فيصل بن فهد الثانوية للبنات
أ.نسرين محمد بحور	معلمة – مدرسة فيصل بن فهد الثانوية للبنات

فريق الإعداد

د. رحمة محمد عودة	مشرفة مبحث الرياضيات– مديرية غرب غزة
أ. لينة سميح داوود	معلمة – مدرسة بشير الريس الثانوية للبنات
أ. نهلة جواد صيام	معلمة – مدرسة زهرة المدائن الثانوية للبنات

فريق المتابعة الوزاري

د. ريما إبراهيم الخطيب
مدير دائرة المباحث العلمية

أ. ماجد عيسى الأغا
مدير دائرة المباحث الإنسانية

تقديم

تسعى وزارة التربية والتعليم إلى الارتقاء بمستوى التحصيل للطلبة بشكل عام، وتولي تحصيل طلبة الثانوية العامة اهتماما خاصا؛ فقد شرعت الوزارة منذ سنوات في تقديم الدروس المصورة لهم عبر بوابة روافد التعليمية والإذاعة التعليمية وقناة روافد التعليمية، كما قدمت في السنوات الماضية نماذج تدريبية من الاختبارات لتساعد الطلبة على الاستذكار الجيد وتحقيق أعلى الدرجات، ومواصلة لهذه الجهود تقدم الوزارة اليوم هذا الجهد المتمثل في تصنيف أسئلة اختبارات الثانوية العامة للسنوات السابقة وفق الموضوعات المقررة؛ لتسهل للطالب عملية المراجعة بالإضافة إلى تدريب الطالب على كيفية التعامل مع أسئلة الاختبار النهائي، وقد روعي في هذا التصنيف اشتماله على الإجابات النموذجية لتساعد الطالب في تقييم أدائه بعد مراجعة كل مبحث.

والوزارة إذ تقدم لطلبتنا الأعزاء هذا العمل لترجو من الله أن يوفقهم لتحقيق ما يصبون من مراتب عليا تؤهلهم ليكونوا حملة مشعل البناء في وطننا الغالي فلسطين.

والله الموفق وهو الهادي إلى سواء السبيل،،،

د. محمود أمين مطر

الوكيل المساعد للشؤون التعليمية

فهرس المحتويات

الوحدة	رقم الدرس	موضوع الدرس	رقم الصفحة	
			الأسئلة	الإجابات
الوحدة الأولى حساب التفاضل	١-١	متوسط التغير	٨	٢٠٧
	١-٢	قواعد الاشتقاق	١٤	٢٠٧
	١-٣	مشتقة الاقترانات المثلثية	٢٢	٢٠٨
	١-٤	قاعدة لوبيتال ومشتقة الاقتران الأسي واللوغاتيمي	٢٥	٢٠٨
	١-٥	تطبيقات هندسية وفيزيائية	٣١	٢٠٩
	١-٦	قاعدة السلسلة	٤٤	٢١٠
	١-٧	الاشتقاق الضمني	٥٢	٢١١
الوحدة الثانية تطبيقات التفاضل	٢-١	نظريتا رول والقيمة المتوسطة	٥٩	٢١٣
	٢-٢	الاقترانات المتزايدة والمتناقصة	٦٧	٢١٣
	٢-٣	القيم القصوى	٧١	٢١٤
	٢-٤	التقعر ونقط الانعطاف	٧٨	٢١٦
	٢-٥	تطبيقات عملية على القيم القصوى	٩٣	٢١٩
الوحدة الثالثة المصفوفات	٣-١	المصفوفة	٩٩	٢٢٠
	٣-٢	العمليات على المصفوفات	١٠١	٢٢٠
	٣-٣	المحددات	١٠٣	٢٢٠
	٣-٤	النظير الضربي للمصفوفة المربعة	١٠٦	٢٢٠
	٣-٥	حل أنظمة المعادلات باستخدام المصفوفات	١١٢	٢٢١

تابع فهرس المحتويات

الوحدة	رقم الدرس	موضوع الدرس	رقم الصفحة	
			الأسئلة	الإجابات
الوحدة الرابعة التكامل غير المحدود وتطبيقاته	٤-١	التكامل غير المحدود	١١٧	٢٢٢
	٤-٢	قواعد التكامل غير المحدود	١٢١	٢٢٢
	٤-٣	تطبيقات التكامل غير المحدود	١٢٥	٢٢٢
	٤-٤	طرق التكامل (التعويض – الأجزاء –الكسور الجزئية)	١٣٠	٢٢٣
الوحدة الخامسة التكامل المحدود وتطبيقاته	٥-١	التجزئة ومجموع ريمان	١٤٢	٢٢٩
	٥-٢	التكامل المحدود	١٤٩	٢٣٠
	٥-٣	العلاقة بين التفاضل والتكامل	١٥٦	٢٣١
	٥-٤	خصائص التكامل المحدود	١٧٠	٢٣٣
	٥-٥	تطبيقات التكامل المحدود (المساحة –الحجوم الدورانية)	١٨٣	٢٣٤
الوحدة السادسة الأعداد المركبة	٦-١	الأعداد المركبة	١٩٤	٢٣٦
	٦-٢	العمليات على الأعداد المركبة	١٩٧	٢٣٦
	٦-٣	قسمة الأعداد المركبة	٢٠٠	٢٣٧

الوحدة الأولى

حساب التفاضل

محتويات الوحدة الأولى / حساب التفاضل

الوحدة	رقم الدرس	موضوع الدرس	الصفحة	
			الأسئلة	الإجابات
الوحدة الأولى حساب التفاضل	١-١	متوسط التغير	٨	٢٠٧
	١-٢	قواعد الاشتقاق	١٤	٢٠٧
	١-٣	مشتقة الاقترانات المثلثية	٢٢	٢٠٨
	١-٤	قاعدة لوبيتال ومشتقة الاقتران الأسى واللوغاتيمى	٢٥	٢٠٨
	١-٥	تطبيقات هندسية وفيزيائية	٣١	٢٠٩
	١-٦	قاعدة السلسلة	٤٤	٢١٠
	١-٧	الاشتقاق الضمنى	٥٢	٢١١

الدرس الأول: متوسط التغير

القسم الأول : أسئلة الاختيار من متعدد :

١) **٢٠٢٢ الدورة الأولى :**

إذا كان $ن(س) = س^{٢} - ٨س + ١٨$ ، ما متوسط التغير للاقتران في الفترة $[٤، ٥]$ ؟

أ) ٢ ب) ١ جـ) -١ د) -٢

---

٢) **٢٠٢١الدورة الثانية:**

إذا كان $ن(٤) = هـ ن(١)$ حيث $هـ$ العدد النيبيري، فما متوسط التغير في الاقتران

$ع(س) = لـو_{هـ} ن(س)$ في الفترة $[١، ٤]$ ؟

أ) $\frac{١}{٣}$ ب) $\frac{هـ}{٣}$ جـ) $\frac{-١}{٣}$ د) $\frac{-هـ}{٣}$

---

٣) **٢٠٢١الدورة الثانية:**

يتحرك جسم على خط مستقيم، بحيث أن بعده (ف) بالأمتار عن النقطة (و) بعده ن من الثواني يعطي بالعلاقة $ف = ن^{٢} + ك ن + ٣$ وكانت السرعة المتوسطة في الفترة $[٢، ٥]$ تساوي ١١ فما قيمة الثابت $ك$

أ) -٤ ب) $\frac{-١٠}{٣}$ جـ) ٤ د) ٧

---

٤) **٢٠٢١الدورة الثانية:** إذا كان متوسط التغير للاقتران $ق(س)$ في الفترة $[أ، أ+٢]$ يساوي $جـ$ ، فما قيمة التغير في الاقتران $ق(س)$

أ) $٢جـ$ ب) $\frac{جـ}{٢}$ جـ) $\frac{جـ}{أ٢}$ د) $أ٢ جـ$

---

٥) **٢٠٢٠الدورة الأولى:** إذا كان متوسط التغير للاقتران $ن(س) = س + لـو_{هـ} س$ حيث $س > ٠$ عندما تتغير س من ١ إلى هـ يساوي $\frac{٢ - هـ}{١ - هـ}$ فما قيمة ن ؟

أ) -١ ب) ١ جـ) -٣ د) ٢هـ -٣

---

٦) **٢٠٢٠الدورة الثانية:**

إذا كان متوسط التغير للاقتران $ن(س) = ٣س^{٢} - ٢س$ في الفترة $[٢، أ]$ يساوي ١٦، $أ > ٠$ فما قيمة $أ$

أ) ٢ ب) $\frac{١٤}{٩}$ جـ) ١ د) $\frac{٢٢}{٩}$

---

٧) **٢٠٢٠الدورة الثالثة + ٢٠١٠ إكمال:**

إذا كان متوسط تغير الاقتران $ن(س)$ في الفترة $[١، ٦]$ يساوي ٩ فإن متوسط تغير الاقتران $ن(س^{٢})$ في الفترة $[١، ٤]$ يساوي:

أ) ٩ ب) ٣ جـ) ٤٥ د) ١٥

---

٨) **٢٠١٩الدورة الأولى:**

إذا قطع المستقيم ل منحنى الاقتران $ن(س)$ في النقطتين $(٠، ن(٠))$ $(\pi، ن(\pi))$ ، فما قياس زاوية ميل المستقيم ل علما بأن التغير في $ن(س)$ في الفترة $[٠، \pi]$ يساوى $-\pi$

أ) صفر ب) $\frac{\pi}{٤}$ جـ) $\frac{\pi}{٢}$ د) $\frac{\pi ٣}{٤}$

---

٩) **٢٠١٩صناعي:**

إذا كان متوسط تغير $ن(س)$ في الفترة $[-٢، ١]$ يساوى -٥ وكان $ن(٢) = ٣$ ، فما قيمة $ن(-١)$

أ) ١٨ ب) ٨ جـ) -٧ د) -١٧

---

١٠) **٢٠١٨ الدورة الأولى:**

إذا كان متوسط تغير $ن(س) = س^{٢} - ٥$ في الفترة $[١، ١+أ]$ يساوى ٩ فإن قيمة $أ$:

أ) ٠ ب) ٣ جـ) ٧ د) ٩

---

١١) **٢٠١٧ الدورة الثالثة:**

إذا كان متوسط تغير الاقتران $ن(س)$ في الفترة $[٢، ١٧]$ يساوي ٩، فإن متوسط تغير $هـ(س) = ن(س^{٢} + ١)$ في الفترة $[١، ٤]$ يساوي:

أ) ٣ ب) ٤٩ جـ) ١٥ د) ٤٥

---

١٢) ٢٠١٧الدورة الثالثة:

إذا كان متوسط تغير $ن(س)$ عندما تتغير س من $س_١ = ١$ ، $س_٢ = ٩$ مساوياً ٥، فإن متوسط تغير الاقتران $ل(س) = س^٢ ن(٢س + ٥)$ من $س_١ = -٢$ ، $س_٢ = ٢$

أ) ١٠ ب) ٤٠ جـ) ٢٠ د) -٤٠

---

١٣) ٢٠١٦ الدورة الأولى:

إذا كان $ن(س)$ اقتراناً بحيث $ن(٣) = ن(٥) + أ$، وكان متوسط تغير $ن(س)$ في الفترة $[٥،٣]$ يساوي ١٠ فإن قيمة أ هي

أ) ٢٠ ب) -٥ جـ) -١٠ د) - ٢٠

---

١٤) ٢٠١٦إكمال:

إذا كان $ن(س) = ٢ - س^٢$ معرفاً على $[١،ب]$ بحيث كان متوسط تغير $ن(س)$ في تلك الفترة يساوي -٣ فإن قيمة ب هي :

أ) ٢ ب) ٣ جـ) ٤ د) $\frac{٣}{٢}$

---

١٥) ٢٠١٤:

إذا كان متوسط التغير للاقتران $ن(س)$ في الفترة $[٤،١]$ يساوي ٥ ، $ن(١) = ٢$ فإن $ن(٤) = ؟$

أ) ١٧ ب) ١٦ جـ) ١٥ د) ١٣

---

١٦) ٢٠١٣:

إذا كان متوسط تغير الاقتران $ن(س)$ في الفترة $[٤،١]$ يساوي ٥ ، وكان $ن(٤) = ٣$ فإن $ن(١) = ؟$

أ) ١٨ ب) ١٥ جـ) $\frac{٣}{٢}$ د) -١٢

---

١٧) ٢٠١١:

إذا علمت أن متوسط التغير للاقتران $ن(س)$ في الفترة $[-٤ ، ١]$ يساوي ٣، وأن $ن(١) = ٢$ فإن $ن(-٤) = ؟$

أ) -١٥ ب) -١٣ جـ) ١٣ د) ١٥

١٨) ٢٠٠٨:

متوسط تغير الاقتران $ن(س) = س + [س]$ في الفترة $\left[\frac{١}{٢}، ١\right]$ يساوي :

أ) ٢ ب) ٣ جـ) -١ د) - ٣

---

١٩) ٢٠٠٨ إكمال:

متوسط تغير الاقتران $ن(س) = س^{٢} + س - ٥$ عندما تتغير س من ١ إلى ٤ يساوي:

أ) -١٨ ب) -٦ جـ) ٦ د) ١٨

---

٢٠) ٢٠٠٧:

إذا كان $ن(س) = س^{٢}$ ، فإن قيمة متوسط التغير عندما تتغير س من -١ إلى ٣ هي :

أ) ٢ ب) ٢,٥ جـ) ٤ د) ٥

---

٢١) ٢٠٠٧ دراسات +٢٠٠٩إكمال:

إذا كان متوسط تغير الاقتران $ن(س)$ بين $س = ١، س = ٣$ يساوي ٤ وكانت $ن(٣) = ٨$ فإن $ن(١) =$

أ) ١٦ ب) ٢ جـ) صفر د) ٤

القسم الثاني: الأسئلة المقالية

٢٢) ٢٠٢٢ الدورة الثانية:

إذا كان $ن(س) = أس^{٣} + بس$ ، أثبت أن متوسط التغير للاقتران $ن(س)$ عندما تتغير س من ١ إلى $ن$ يساوى $أ(ن^{٢} + ن + ١) + ب$

---

٢٣) ٢٠٢١ الدورة الأولى:

إذا كان $هـ(س) = (ن(س) + س)^{٢}$ وكان متوسط تغير $ن(س)$ في الفترة $[٢ ، ٥]$ يساوي ٣ ، ومتوسط تغير $هـ(س)$ في نفس الفترة يساوي ٤٠ ، فما قيمة المقدار $ن(٥) + ن(٢)$ ؟

---

٢٤) ٢٠٢١ الدورة الثانية:

إذا كان متوسط التغير في الاقتران $ص = ن(س) = \frac{١}{س^{٢} - س}$ في الفترة $[٢ ، ب]$ يساوي $\frac{-١}{٣}$

فما قيمة / قيم الثابت ب ؟

---

٢٥) ٢٠٢١ الدورة الثالثة:

إذا كان متوسط التغير في الاقتران $ن(س)$ في الفترة $[-١، ٣]$ يساوي ٥ ، فما متوسط التغير في الاقتران $ك(س) = ٢س^{٢} - ٤ن(س)$ في الفترة نفسها؟

---

٢٦) ٢٠٢٠ الدورة الأولى:

إذا كان $ن(س) \times هـ(س) = ١$، وكان كل من الاقترانين ، وكان $ن(س)$ ، $هـ(س) > ٠$ ، $\forall س > ٠$

$ن(٥) = ٣٢$ ، $ن(أ + ب) = ن(أ) \times ن(ب)$ أوجد متوسط التغير للاقتران $هـ(س)$ على الفترة $[٤،١]$

علماً أن متوسط التغير للاقتران $ن(س)$ على الفترة $[١، ٤]$ يساوي $\frac{١٤}{٣}$ ؟

---

٢٧) ٢٠٢٠ الدورة الثالثة:

إذا كان $ن(س) = \begin{cases} ٦ - س & ، \quad س > ٢ \\ س^{٢} + أ س & ، \quad س \leq ٢ \end{cases}$

وكان متوسط التغير $س$ من ١ إلى $أ$ حيث $أ > ٢$ يساوي ٩ ، فما قيمة $أ$ ؟

---

٢٨) ٢٠١٩الدورة الأولى:

إذا كان $س ك(س) = ن(س) + ٢$ ، وكان متوسط التغير للاقتران $ن(س)$ عندما تتغير س من ١ إلى $١ + هـ$ يساوى $هـ^{٢} + ٢هـ$ وكانت $ن(١) = ١$ فأوجد:

متوسط تغير $ك(س)$ عندما تتغير س من ١ إلى $١ + هـ$.

---

٢٩) ٢٠١٥:

إذا كان متوسط تغير الاقتران $ن(س)$ في الفترة $[١، ٢]$ يساوي ٤ ومتوسط تغير $ن(س)$ في الفترة $[٢، ٥]$ يساوي ٨ ، فما متوسط تغير $ن(س)$ في الفترة $[١، ٥]$؟

---

٣٠) ٢٠١٤:

إذا كان متوسط تغير الاقتران $ن(س)$ في الفترة $[-٢، ٢]$ يساوي ٥، جد متوسط تغير الاقتران $هـ(س) = ٣ن(س) - ٢س$ على نفس الفترة .

---

٣١) ٢٠١٠:

إذا كان متوسط التغير للاقتران $ن(س) = \sqrt{٤س + ١}$ في الفترة $[٠، ب]$ يساوي ١ ، فما قيمة الثابت ب ؟

٣٢) ٢٠٠٩:

إذا كان المستقيم القاطع لمنحنى الاقتران $ن(س)$ في النقطتين $(١، هـ(١))$ ، $(٣، ٥)$ يصنع زاوية مقدارها ١٣٥° مع محور السينات الموجب ، احسب متوسط التغير للاقتران $هـ(س) = \frac{٢}{ن(س)}$ في الفترة $[١، ٣]$ ؟

---

٣٣) ٢٠٠٧ إكمال

ليكن $ن(س) = \begin{cases} ٣س + ٤ & ، \quad س > ٢ \\ س^٢ + ٣س & ، \quad س \leq ٢ \end{cases}$

أوجد متوسط تغير $ن(س)$ عندما تتغير س من ٢ إلى -١ ؟

الدرس الثاني : قواعد الاشتقاق

القسم الأول : أسئلة الاختيار من متعدد :

١) **٢٠٢٢ الدورة الأولى:**

إذا كان هـ(س) = س^{٢} ن(س) وكان ن(٢) + ن$'$(٢) = ٦ فما قيمة هـ$'$(٢) ؟

أ) ٢٤ ب) ١٢ جـ) ٨ د) ٤

---

٢) **٢٠٢٢ الدورة الأولى:**

إذا كان ن(س) = $\begin{cases} س^{٣} + ٣س & ، \ س \leq ١ \\ س + ٣س^{٢} & ، \ س > ١ \end{cases}$ فما قيمة ن$''$(١) ؟

أ) ٢ ب) ٤ جـ) ٦ د) غير موجودة

---

٣) **٢٠٢٢ الدورة الأولى:**

إذا كان ن(س) = (س + ١)(س − ١)(س^{٢} + ١) ، فما قيمة ن$'$(−٢)؟

أ) ٣٢ ب) ٢٤ جـ) −٢٤ د) −٣٢

---

٤) **٢٠٢١ الدورة الأولى:**

إذا كان ن(س) = $\frac{[\frac{١}{٢}س + ١]}{|س - ٢|}$ ، فما قيمة ن$'$(٣) ؟

أ) ٣ ب) ٢ جـ) −٢ د) −٣

---

٥) **٢٠٢١ الدورة الثانية:**

إذا كان ن(س) = س ك(س) + ٦ وكان هـ(٣) = −١٢ ، ك$'$(٣) = ٢ ، فما قيمة هـ$'$(٣) ؟

أ) −١٢ ب) −٦ جـ) صفر د) ٤

---

٦) **٢٠٢٠ الدورة الثالثة:** إذا كان ن(س) = [٢س + ١,٦](٥س − ١)^{٢} ، **فما قيمة** ن$'$(٠,٢) ؟

أ) صفر ب) ٢ جـ) ١٠ د) غير موجودة

---

٧) **٢٠٢٠ الدورة الثالثة:** إذا كان ن(س) = [٢س + ٠,٥] ، فما ناتج ن$'$(٤) ؟

أ) صفر ب) ٢ جـ) ٨ د) غير موجودة

٨) **٢٠٢٠ الدورة الثالثة:** ليكن $ن(س) = \begin{cases} س^{٢} + ٢س + ١ & ، \ س \geq ١ \\ [س] + ٣س & ، \ س < ١ \end{cases}$ ، فما قيمة $ن'(١)^{+}$ ؟

أ) صفر ب) ٣ جـ) ٤ د) غير معرف

---

٩) **٢٠١٩ الدورة الأولى :**

إذا علمت أن $ص = ن(س)$ وأن $ن(س)$ ، $ن'(س)$ اقترانين قابلين للاشتقاق فما قيمة

$$\lim_{هـ \to ٠} \frac{ن'(س+هـ) - ن'(س)}{هـ}$$

أ) $\frac{د^{٢}ص}{د س^{٢}}$ ب) $\left(\frac{د ص}{د س}\right)^{٢}$ جـ) $\frac{\Delta ص}{\Delta س}$ د) $\left(\frac{\Delta ص}{\Delta س}\right)^{٢}$

---

١٠) **٢٠١٩ الدورة الأولى :** أي من الاقترانات الآتية يكون قابلا للاشتقاق على ح ؟

أ) $ن(س) = [س - ٢]$ ب) $ن(س) = |س - ٢| - |س|$

جـ) $ن(س) = [س - ٢] - [س]$ د) $ن(س) = \sqrt{س^{٢} + ٢س + ١}$

---

١١) **٢٠١٩ الدورة الأولى :**

إذا كان $ن(س) = س ك(س)$ ، وكان $ن(٢) = -٦$ ، $ك'(٢) = ٤$ فما قيمة $ن'(٢)$ ؟

أ) -٣ ب) ٢ جـ) ٥ د) ١١

---

١٢) **٢٠١٩ الدورة الأولى :** إذا كان $ن(س) = \begin{cases} \sqrt{س^{٢} + ٣س} & ، \ س \leq ١ \\ ٥س - ٣ & ، \ س > ١ \end{cases}$ فما قيمة $ن'(١)$

أ) ٥ ب) $\frac{٥}{٤}$ جـ) صفر د) غير موجودة

---

١٣) **٢٠١٩ الدورة الثانية :**

إذا كان $س \Delta ص = س^{٢} \Delta س + س(\Delta س)^{٢}$ ، وكان $ص = ن(س)$ ، فما قيمة $ن'(٤) = ؟$

أ) ٤ ب) ٨ جـ) ١٦ د) ٢

---

١٤) **٢٠١٩ الدورة الثانية:**

إذا كان $ن(س) = س ك(س)$ ، وكان متوسط تغير الاقتران $ن(س)$ في الفترة $[-١ ، ٣]$ يساوي -٢

$ك(٣) = -٣$ فما قيمة $ك(-١)$ ؟

أ) -٢ ب) -١ جـ) ١ د) ٢

١٥) **٢٠١٩ الدورة الثانية :**

إذا كان $ن(س)$، $ك(س)$ ، اقترانين قابلين للاشتقاق على ح ، بحيث

$ك'(س) = ن(س)$ ، $ن'(س) = -ك(س)$ فما قيمة $ك^{(٤)}(س)$

أ) $ن(س)$ ب) $-ن(س)$ جـ) $-ك(س)$ د) $ك(س)$

---

١٦) **٢٠١٩ الدورة الثانية :** إذا كان $ن(س) = \begin{cases} س^{٢}+٢ & ، س \neq ٥ \\ ٢٠ & ، س = ٥ \end{cases}$ ، فما قيمة $ن'(٥)$ ؟

أ) صفر ب) ٥ جـ) ١٠ د) غير موجودة

---

١٧) **٢٠١٨ الدورة الثانية :** إذا كان التغير في الاقتران $ص = ن(س)$ يساوى $٥س^{٢}هـ - ٣هـ^{٢}س$ ، فإن $ن'(٣) = ؟$

أ) ٤٥ ب) ٣٦ جـ) ٣٠ د) ٢١

---

١٨) **٢٠١٨ الدورة الثانية :**

إذا كان $ن(س) = س^{٢} + \frac{٢}{س}$ ، $س \neq ٠$ ، وكان $ن''(أ) = ٣٤$ ، فإن قيمة الثابت أ ؟

أ) $\frac{١}{٨}$ ب) $\frac{١}{٢}$ جـ) ٢ د) ٨

---

١٩) **٢٠١٨ الدورة الثانية :** إذا كان $ن(س)$ ، $هـ(س)$ ،اقترانين قابلين للاشتقاق بحيث أن $ن(٣) = ٧$ ، $ن'(٣) = ٢$ ، $هـ(٣) = ٤$ ، $هـ'(٣) = -٨$ فإن $\left(\frac{ن}{هـ}\right)'(٣)$

أ) -٤ ب) -٣ جـ) ٣ د) ٤

---

٢٠) **٢٠١٨الدورة الثالثة:** إذا كان التغير في الاقتران $ص = ن(س)$ يساوى $هـس^{٢} + هـ^{٢} + أهـ$ وكان $ن'(٢) = ٥$ فإن قيمة أ هي

أ) -١ ب) ١ جـ) ٥ د) ٩

---

٢١) **٢٠١٧:**

إذا كان $ن(س) = س^{٥} - ٢أس^{٢} + ٨س$ ، وكان $ن''(-١) = أ$ ، فإن قيمة الثابت أ تساوي :

أ) $\frac{-٢٠}{٣}$ ب) ٤ جـ) $\frac{٢٠}{٣}$ د) -٤

---

٢٢) ٢٠١٧ الدورة الثانية:

إذا كان $ن(س) = \left[\frac{١}{٣}س + ٥\right]$ ، فإن $ن'(١٢) =$

أ) ٤ ب) $\frac{١}{٣}$ جـ) صفر د) غير موجودة

---

٢٣) ٢٠١٧ الدورة الثانية: إذا كان $ن(س) = ٣ - ٢س^{٢}$ ، فإن $\lim_{هـ \to ٠} \frac{ن(هـ+١) - ن(١)}{٢هـ}$

أ) ١ ب) $\frac{١}{٢}$ جـ) -١ د) -٢

---

٢٤) ٢٠١٦ : إذا علمت أن $ن(س) = [٤س + ١]$ فإن $ن'\left(\frac{١}{٢}\right)$

أ) ٤ ب) ٢ جـ) صفر د) غير موجودة

---

٢٥) ٢٠١٦

إذا كان $ص = \sqrt{س}$ فإن $\frac{ء}{ءس}(ص')$ تساوى :

أ) $\frac{١}{\sqrt{س}}$ ب) صفر جـ) ١ د) $\frac{١}{٢س}$

---

٢٦) ٢٠١٦ إكمال:

$$\lim_{هـ \to ٠} \frac{ن'(٢+هـ٥) - ن'(٢)}{١٠هـ} =$$

أ) $\frac{١}{٢}ن'(٢)$ ب) $٢ن'(٢)$ جـ) $\frac{١}{٢}ن''(٢)$ د) $٢ن''(٢)$

---

٢٧) ٢٠١٦ إكمال: إذا علمت أن $ن(س) = [٢س + ٦]$ فإن $ن'\left(\frac{٣}{٢}\right)$

أ) ٢ ب) صفر جـ) -٣ د) غير موجودة

---

٢٨) ٢٠١٣: إحدى العبارات التالية صحيحة دائما:

أ) إذا كانت $ن'(أ)$ موجودة فإن $ن''(أ)$ موجودة

ب) إذا كان $ن(س)$ اقترانا متصلا عند س = أ فإن $ن'(أ)$ موجودة

جـ) إذا كانت $ن'(أ)$ غير موجودة فإن $ن(س)$ اقترانا ليس متصلا عند س=أ

د) إذا كانت $ن'(أ)$ موجودة فإن $ن(س)$ اقترانا يكون متصلا عند س = أ

---

٢٩) ٢٠١٢ : إذا كان $ن(س) = س^{٣} - س^{٢}$ فإن $\lim_{هـ \to ٠} \frac{ن'(١+هـ) - ن'(١)}{هـ}$

أ) صفر ب) ١ جـ) ٤ د) غير موجودة

---

٣٠) ٢٠١٢ إكمال: الاقتران $ن(س) = [س + ٠,٨]$ متصل عندما س =؟

أ) $-٠,٨$ ب) صفر جـ) ٠,٢ د) ١,٢

---

٣١) ٢٠١٠ إكمال:

إذا كان $ن(س) = \begin{cases} ٣س^{٣} - ٣ & ، س \geq ١ \\ مس^{٢} - م & ، س < ١ \end{cases}$ وكانت $ن'(١)$ موجودة، فإن قيمة الثابت م تساوى :

أ) ١ ب) ٣ جـ) $\frac{٩}{٢}$ د) $\frac{٢}{٩}$

---

٣٢) ٢٠١٠ إكمال:

إذا كان $ن(س) = \frac{٢}{س^{٢} + ١}$ ، فإن $\lim_{هـ \to ٠} \frac{ن(١+هـ) - ن(١)}{هـ} =$

أ) ١ ب) -١ جـ) $\frac{١}{٢}$ د) $-\frac{١}{٢}$

---

٣٣) ٢٠٠٩: إذا كان $ن(س) + هـ(س) = ٨$ ، $ن(٢) = ٥$ ، $ن'(٢) = ١$

فإن $\frac{د}{د س}(س + هـ(س))$ عندما س = ٢ تساوي :

أ) ١ ب) صفر جـ) ٨ د) ٣

---

٣٤) ٢٠٠٩ إكمال:

إذا كان $ن(س) = س^{٣} - س$ فإن $\lim_{هـ \to ٠} \frac{ن(٢+هـ) - ن(٢)}{هـ} =$

أ) ١٢ ب) ١٠ جـ) ٦ د) ١١

---

٣٥) ٢٠٠٨:

إذا كانت $ن'(س) = ٢س^{٢} + ٤$ فإن $\lim_{س \to ٣} \frac{ن(٣) - ن(س)}{٣ - س} =$

أ) -٢٢ ب) -١٢ جـ) ١٢ د) ٢٢

---

٣٦) ٢٠٠٧:

إذا كان $ن(س) = [س + ٠,٨]$ فإن $ن'(٥) =$

أ) صفر ب) ١ جـ) ٥ د) غير موجودة

٣٧) ٢٠٠٧:

إذا كان $ن'(س) > $ صفر، $\forall س \in (أ،ب)$ ، $\exists جـ \in (أ،ب)$ فإن $ن(س)$ عند $س = جـ$ يكون :

أ) متصل ب) منفصل جـ) متناقص د) مقعر للأعلى فقط

٣٨) ٢٠٠٧ إكمال: إذا كان $ن(س)$ متصلاً عند $س = أ$ فإن

أ) $ن'(أ) = ٠$ ب) $ن'(أ)$ موجودة جـ) $ن'(أ)$ غير موجودة د) $ن'(أ)$ قد تكون موجودة

القسم الثاني: الأسئلة المقالية

٣٩) ٢٠٢١ الدورة الأولى:

إذا كانت $ن''(س) = س ن'(س) + ن(٣)$ وكان $ن''(٣) = -٤$ ، فما قيمة $ن'''(٣)$ ؟

٤٠) ٢٠٢١ الدورة الأولى :

إذا كان $ن(س) = (س+٢)^{ن+٢}$ ، $ن''(س) = ٤٢(س+٢)^{ن}$ ، $ن > ٠$ فجد $ن''(-١)$

٤١) ٢٠٢١ الدورة الأولى :

إذا علمت أن $ن(س) = \begin{cases} أ س^{٢} + ب س + ٢ & ، س \leq ٢ \\ س^{٢} + ٢أ س - ١٠ & ، س > ٢ \end{cases}$ وكانت $ن''(٢)$ موجودة ، فما قيم أ ، ب ؟

٤٢) ٢٠٢١ الدورة الثانية :

$هـ(س) = (س-١)(س+١)(س^{٢} + س + ١)(س^{٢} - س + ١)$ ، فما قيمة $هـ''(٢)$ ؟

٤٣) ٢٠٢١ الدورة الثانية :

إذا علمت أن $ن(س) = \begin{cases} \frac{٣}{٢-س} & ، س > ١ \\ ب س^{٢} + أ س - ١ & ، س \leq ١ \end{cases}$ قابلاً للاشتقاق على ح فجد: قيم الثابتين أ ، ب

٤٤) ٢٠٢١ الدورة الثالثة :

$ن(س) = \begin{cases} أ س^{٢} + س + ٣ & ، ٠ \leq س \leq ٢ \\ ب - ٣س & ، ٢ < س \leq ٣ \end{cases}$ قابلاً للاشتقاق عند (س = ٢) ، ما قيم الثابتين أ، ب ؟

٤٥) ٢٠٢٠ الدورة الثانية:

ليكن $ن$ ، $هـ$ اقترانين يحققان المعادلتين: $ن'(س) + هـ(س) = ٠$، $هـ'(س) - ن(س) = ٠$ ،

وكان كل من $ن(س)$، $هـ(س) > ٠$ أثبت أن $ل'(س) = ١ + ل^{٢}(س)$ علما بأن $ل(س) = \frac{هـ(س)}{ن(س)}$

٤٦) ٢٠١٩:

إذا كان $س ك(س) = ن(س) + ٢$، وكان متوسط التغير للاقتران $ن(س)$ عندما تتغير س من ١ إلى $١ + هـ$ يساوى $هـ^{٢} + ٢هـ$ وكانت $ن(١) = ١$ ، فأوجد $ك'(١)$

---

٤٧) ٢٠١٩ الدورة الثانية+ ٢٠١٧

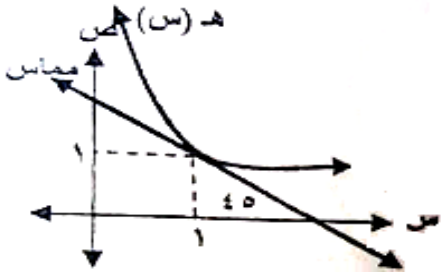
إذا كان $ص = أس^{٥} + \frac{٥}{س^{٤}}$، $س \neq ٠$. فأثبت أن $ص'' = \frac{٢٠ ص}{س^{٢}}$

---

٤٨) ٢٠١٩ الدورة الثانية:

إذا كان $ن(س) = \frac{س}{س^{٢} + ١}$ وكان الشكل المجاور يمثل

يمثل منحنى $هـ(س)$ أوجد $(ن \times هـ)'(١)$



---

٤٩) ٢٠١٥ إكمال :

إذا كان $ن(س) = س^{٢} + ٢$ ، $هـ(س) = |٤س - ٥|$ فأوجد $(ن \times هـ)'(١)$

---

٥٠) ٢٠١٥ إكمال: إذا كان $ن(س)$ كثير حدود بحيث $ن'(٠) = ٠$ ، $ن''(٠) = -١٠$ احسب

$$\text{نهـا}_{س \to ٠} \frac{٤ن'(س) جا٢س}{٥س^{٢}}$$

---

٥١) ٢٠١٤ إكمال: إذا كان $ن(س) = \begin{cases} أس^{٢} + ب & ، س \leq ٣ \\ \frac{١}{[س]} & ، س > ٣ \end{cases}$

جدالثابتين $أ$ ، $ب$ بحيث تكون المشتقة الأولى للاقتران $ن(س)$ عند $س = ٣$ موجودة

---

٥٢) ٢٠١٢:

إذا كان $ن(س) = \begin{cases} ب(٢س + ٣)^{٢} & ، س > ١ \\ ١٠ س^{٢} + أ & ، س \leq ١ \end{cases}$ قابلا للاشتقاق عند $س = ١$، جد الثابتين $أ$ ، $ب$ ؟

---

٥٣) ٢٠٠٨:

إذا كانت $ص = (س^{٢} - ٢) هـ(س)$ جد $\frac{د ص}{د س}$ عندما $س = ١$ علما بأن $هـ(١) = ٤$ ، $هـ'(١) = ٢$

٥٤) ٢٠١٢:

إذا علمت أن $هـ(س) = \begin{cases} أس^{٢} + ٢ & ، س \leq ٢ \\ س^{٢} + بس & ، س > ٢ \end{cases}$ قابلا للاشتقاق عند $س = ٢$، جد الثابتين $أ، ب$.

---

٥٥) ٢٠٠٨:

إذا كان $ن(س) = \begin{cases} س^{٣} + ٤س + ١ & ، س \leq ١ \\ -س^{٢} + ٩س - ٢ & ، س > ١ \end{cases}$ جد $ن''(س)$

الدرس الثالث: مشتقة الاقترانات المثلثية

القسم الأول : أسئلة الاختيار من متعدد :

١) ٢٠٢٠ الدورة الثانية:

إذا كان $ص = \frac{جتاس}{١-جاس}$ فإن $\frac{د ص}{د س}$ تساوي

أ) $\frac{١}{١-جاس}$ ب) $\frac{جاس-١}{(١-جاس)^{٢}}$ جـ) $\frac{١+جاس}{١-جاس}$ د) $\frac{١+جاس}{١-جاس}$

---

٢) ٢٠٢٠ الدورة الثانية :

إذا كان $ق(س)=جا٤س ظا٢س$ ، فما قيمة $ق'(س)$

أ) $٤جتا٤س$ ب) $٨جتا٤س قا^{٢}٢س$ جـ) $-٤جا٤س$ د) $٤جا٤س$

---

٣) ٢٠١٩ الدورة الثانية:

إذا كانت $ص = (جاس+جتاس)^{٢}$ فإن $\frac{د ص}{د س}$ =؟

أ) $جا٢س$ ب) $٢جتا٢س$ جـ) $-٢جتا٢س$ د) $جتا٢س$

---

٤) ٢٠١٨ الدورة الثانية:

إذا كانت $ص = ظاس جا٢س$، فإن $\frac{د ص}{د س}$ =؟

أ) $٢جتا٢س$ ب) $-٢جا٢س$ جـ) $-٤جاس جتاس$ د) $٢جا٢س$

---

٥) ٢٠١٨ الدورة الثالثة:

إذا كانت $ص = جاس+جتاس$ ، فإن $\frac{د ص}{د س}$ =

أ) ١ ب) $جا^{٢}س-جتا^{٢}س$ جـ) $جا٢س$ د) $جتا^{٢}س-جا^{٢}س$

---

٦) ٢٠١٧ الدورة الثانية:

إذا كان $ق(س) = ا^{س}$ ، $هـ(س) = جاس$ ، $(ق \times هـ)'\left(\frac{\pi}{٢}\right) = ١$، **فإن قيمة الثابت ا**

أ) -١ ب) $\frac{٢}{\pi}$ جـ) صفر د) ١

٧) ٢٠١٦:

إذا كان ص=جاس $-\frac{١}{٣}$جا^{٣} س ، فإن $\frac{د ص}{د س}$ تساوى:

أ) جتا^{٢} س ب) جتا^{٣} س جـ) جا^{٣} س د) $-$جتا^{٣} س

---

٨) ٢٠١٦ إكمال: إذا كانت ص=قا^{٢} س فإن $\frac{د ص}{د س}$=؟

أ) ٢ قاس ظاس ب) ٢ قاس ظا^{٢} س جـ) ٢ قا^{٢} س ظاس د) ٢ ظاس

---

٩) ٢٠١٥: إذا كان ص =ظاس جا٢س ، فإن $\frac{د ص}{د س}$ عندما تساوى س = $\frac{\pi}{٤}$

أ) صفر ب) $\frac{١}{٢}$ جـ) ٤ د) ٢

---

١٠) ٢٠١٤:

إذا كان ق(س)=جا $\sqrt{٢س}$ ، فإن ق$'$ $\left(\frac{\pi^{٢}}{٢}\right)$ =

أ) $-\pi$ ب) -١ جـ) $-\frac{١}{\pi}$ د) صفر

---

١١) ٢٠١٣: إذا كانت ص =قتا٢س ، فإن $\frac{د ص}{د س}$ =

أ) قتا٢س ظتا٢س ب) -٢ قتا٢س ظتا٢س جـ) $-$قتا٢س ظتا٢س د) ٢ ظتا^{٢} ٢س

---

١٢) ٢٠١٢: إذا كان ص =ظاس+قاس ، فإن $\frac{ص'}{ص}$

أ) قاس ب) قتاس جـ) $-$ قاس د) $-$ قتاس

---

١٣) ٢٠١٠: إذا كان ق(س) =جتا٢س ، فإن ق$''$(س) + ٥ق(س) =

أ) جتا٢س ب) ٩ جتا٢س جـ) -٩ جتا٢س د) $-$جتا٢س

---

١٤) ٢٠١١+٢٠٠٨ إكمال:

إذا كان ق(س) =جاس ، هـ(س) = ٢جتاس فإن $(ق \circ هـ)' \left(\frac{\pi}{٢}\right)$ =

أ) -٢ ب) -١ جـ) ١ د) ٢

القسم الثاني: الأسئلة المقالية:

١٥) ٢٠٢٢الدورة الثانية:

إذا كان ص =٣جتاس−٤ جاس، **بين أن** $(ص'')^{٢} + (ص')^{٢} = ٢٥$

---

١٦) ٢٠٢١ الدورة الثانية:

إذا كان $ن(س) = \frac{١}{٤}س^{٢} + جتاس$ ، $س \in [٠، \pi]$ ، فما قيم س التي تجعل $ن''(س) = ٠$

---

١٧) ٢٠١٩ الدورة الثانية:

إذا كانت ص = أجاهس + ب جتاهس ،حيث هـ، أ، ب أعدادا حقيقية أثبت أن $\frac{ص''}{ص} = -هـ^{٢}$

---

١٨) ٢٠١٤ :

إذا كانت ص =جاهـ ، س =قتاهـ أثبت أن $\frac{د^{٢}ص}{د س^{٢}} + ٢ص = \frac{د ص}{د س}$

---

١٩) ٢٠١٣ إكمال:

إذا كانت ص = ١−جاس ، أثبت أن $\frac{د}{د س}\left(\frac{جتاس}{ص}\right) = \frac{١}{ص}$ حيث ص ≠ صفر

---

٢٠) ٢٠٠٩:

إذا كانت ص=ظا^{٢} س، **اثبت أن** $\frac{د^{٢}ص}{د س^{٢}} = ٢(١ + ص)(١ + ٣ ص)$

الدرس الرابع : قاعدة لوبيتال ومشتقة الاقتران الأسي واللوغاريتمي

القسم الأول : أسئلة الاختيار من متعدد :

١) **الدورة الأولى ٢٠٢٢:** ما قيمة $\lim_{س \to 0} \frac{قاس - ١}{س}$ ؟

أ) صفر ب) $\frac{١}{٢}$ جـ) ١ د) -١

---

٢) **الدورة الأولى ٢٠٢١:** إذا كانت $\lim_{س \to 0} \frac{ظا٢س}{س(١ - ب)} = ٤$ ، فما قيمة الثابت ب ؟

أ) $\frac{-١}{٢}$ ب) $\frac{١}{٤}$ جـ) $\frac{١}{٢}$ د) $\frac{٣}{٤}$

---

٣) **الدورة الثانية ٢٠٢١:** ما قيمة $\lim_{س \to ١} \frac{ق'(٢س) - ق'(٢)}{س - ١}$ ؟ علماً بأن $ق'(٢) = ٢ق''(٢) = ٦$

أ) ١٢ ب) ٦ جـ) ٣ د) ٢

---

٤) **الدورة الثالثة ٢٠٢١:** ما قيمة $\lim_{س \to 0} \frac{جتاس - ١}{جا^٢ س}$ ؟

أ) $\frac{-١}{٢}$ ب) ٠ جـ) $\frac{١}{٢}$ د) غير موجودة

---

٥) **الدورة الأولى ٢٠٢٠ :** ما قيمة $\lim_{س \to 0} \frac{هـ^{س} - س - ١}{س^٢}$

أ) $-\frac{١}{٢}$ ب) $\frac{١}{٢}$ جـ) -١ د) ١

---

٦) **الدورة الأولى ٢٠٢٠:** إذا كان ص = $س^٢ لو_{هـ} س$ ، حيث س > ٠ فما قيمة $\left| \frac{د ص}{د س} \right|_{س = هـ}$ ؟

أ) ٣هـ ب) $\frac{١}{٣}$هـ جـ) $\frac{٣}{هـ}$ د) ٣

---

٧) **الدورة الأولى ٢٠٢٠:** إذا كان ص = $هـ^{أ س}$ وكان $ص'' + ٣ص' = ٠$ ١ص، فما قيم أ

أ) ٢ ، ٥ ب) -٢ ، ٥ جـ) ٢ ، -٥ د) -٥ ، -٢

٨) **٢٠٢٠ الدورة الثانية:**

إذا كان $ن(س)$ اقتراناً يمر بالنقطة $(-١، ٣)$ وكان $ن'(-١) = -٦$

فما قيمة $\lim_{س \to -٢} \frac{ن(س^٢ + ٢س - ١) - ن(-١)}{س^٢ - ٤}$ ؟

أ) ٣ ب) -٣ جـ) $\frac{٣}{٢}$ د) غير موجودة

---

٩) **٢٠٢٠ الدورة الثانية:** إذا كان $ن(س) = هـ^{جا٢س} + لـو_{هـ}(٢ + ظاس) + جا\pi$، فما قيمة $ن'(٠)$

أ) $\frac{٥}{٢}$ ب) $\frac{٣}{٢}$ جـ) $-\frac{٣}{٢}$ د) $\frac{١}{٢}$

---

١٠) **٢٠١٩ الدورة الأولى:** ما قيمة $\lim_{س \to ١} \frac{هـ^{س} - هـ}{لـو_{هـ} س}$ ، حيث هـ العدد النيبيري ؟

أ) $-هـ$ ب) -١ جـ) ١ د) هـ

---

١١) **٢٠١٩ صناعي:** ما قيمة $\lim_{س \to ٠} \frac{ظاس + س}{جاس}$

أ) $\frac{١}{٢}$ ب) ١ جـ) ٢ د) ٤

---

١٢) **٢٠١٩ صناعي:** إذا كان ص=$لـو_{هـ} س^٦$ ، ما قيمة $\frac{د ص}{د س}$ عندما س= ٢ ؟

أ) ١٢ ب) $\frac{١}{٢}$ جـ) ٦ د) ٣

---

١٣) **٢٠١٩ الدورة الثانية:** ما قيمة $\lim_{س \to ١} \frac{لـو_{هـ} س}{س^٢ - ١}$

أ) $\frac{١}{٢}$ ب) ١ جـ) ٢ د) ٤

---

١٤) **٢٠١٨ :** إذا كان $ن(س) = ٥لـو_{هـ}(س + ٥) - هـ^{جاس}$ فإن $ن'(٠) =$

أ) صفر ب) ٤ جـ) ٥ د) ٦

---

١٥) **٢٠١٧ :** إذا كان $ن(س) = هـ^{٣ - س} + ٨لـو_{هـ}(س + ٥)$ ، فإن $ن'(٣) =$

أ) -٢ ب) صفر جـ) $\frac{٩}{٨}$ د) ٢

١٦) ٢٠١٧ الدورة الثانية:

إذا كان ص= لـــو$_{هـ}$ (لـــو$_{هـ}$ س) ، س > ١ فإن $\frac{د ص}{د س}$ عندما س = هـ

أ) هـ　　ب) ١　　جـ) $\frac{١}{هـ}$　　د) $\frac{١}{هـ^{٢}}$

---

١٧) ٢٠١٦: إذا كان ن(س) = هـ$^{س-٢}$ − ٦لـــو$_{هـ}$ (س + ٤) ، فإن ن′(٢) =

أ) ٦　　ب) ٥　　جـ) صفر　　د) −٥

---

١٨) ٢٠١٦ إكمال

إذا كان ن(س) = هـ^{جاس} ، فإن ن″$\left(\frac{\pi}{٢}\right)$ =

أ) هـ　　ب) صفر　　جـ) −١　　د) − هـ

---

١٩) ٢٠١٤: إذا كان ن(س) = لـــو$_{هـ}$ هـ^{س} − لـــو$_{هـ}$ (هـ^{س} + ١) ، فإن ن′(٠) =

أ) $\frac{١}{هـ + ١}$　　ب) ١ − لـــو$_{هـ}$ ٢　　جـ) −١　　د) $\frac{١}{٢}$

---

٢٠) ٢٠١٤ إكمال: نهـــا$_{هـ \leftarrow ٠}$ $\frac{جا^{٣}(٢س - ٢هـ) - جا^{٣}٢س}{٣هـ}$

أ) −جا٤س جا٢س　　ب) ٢جا^{٢}٢س　　جـ) $\frac{٢}{٣}$جتا^{٢}٢س　　د) جا٤س

---

٢١) ٢٠١٣: إذا كان ن(س) = هـ$^{س-٢}$ + لـــو$_{هـ}$ (س^{٢} − ٣) فإن ن′(٢) =

أ) ٥　　ب) ٤　　جـ) ٣　　د) ٢

---

٢٢) ٢٠١٢ إكمال: إذا كان ن(س) = هـ^{س} + لـــو$_{هـ}$ (س^{٢} + ١) فإن ن′(٠) =

أ) −٤　　ب) ١　　جـ) ٣　　د) هـ

---

٢٣) ٢٠١٠ إكمال: نهـــا$_{هـ \leftarrow ٠}$ $\frac{ظا(٢س - هـ) - ظا٢س}{هـ}$ =

أ) قا^{٢}٢س　　ب) −قا^{٢}٢س　　جـ) ٢قا^{٢}٢س　　د) −٢قا^{٢}٢س

٢٤) ٢٠٠٩ :

إذا كان ن(س) = لـو$_{هـ}$ (س^{٢} + ١)^{٢} + هـ^{جاس} ، فإن ن′(٠) = ؟

أ) ١ + هـ　　ب) ١　　جـ) هـ　　د) صفر

---

٢٥) ٢٠٠٩ إكمال:

إذا كان ن(س) = ظا٢س فإن $\lim_{هـ \to ٠} \frac{ن(\pi + هـ) - ن(\pi)}{هـ}$

أ) غير موجودة　　ب) −٢　　جـ) صفر　　د) ٢

---

٢٦) ٢٠٠٨ :

إذا كان ن(س) = هـ$^{س^{٣}}$ − لـو$_{هـ}$ (٢س + ٢) ، حيث هـ العدد النيبيري فإن ن′(٠) ؟

أ) ٠　　ب) ١　　جـ) ٢　　د) ٣

---

٢٧) ٢٠٠٨ إكمال: أوجد $\lim_{هـ \to ٠} \frac{جتا(٢س - هـ) - جتا٢س}{هـ}$

أ) −٢جا٢س　　ب) جا٢س　　جـ) ٢جا٢س　　د) −جا٢س

---

٢٨) ٢٠٠٧ :

إذا كان ن(س) = هـ$^{س^{٣}}$ − لـو$_{هـ}$ (٢س + ٢) حيث هـ العدد النيبيري فإن ن′(٠)

أ) ٢　　ب) ٢٫٥　　جـ) ٣　　د) −١

---

٢٩) ٢٠٠٧ دراسات :

إذا كان ن(س) = هـ$^{س^{٣}}$ − لـو$_{هـ}$ |٢س + ٢| ، حيث هـ العدد النيبيري فإن ن′(٠) = ؟

أ) ١　　ب) ٢　　جـ) ٣　　د) ٢٫٥

---

٣٠) ٢٠٠٧ : $\lim_{هـ \to ٠} \frac{جتا(س + هـ) - جتاس}{هـ}$ =

أ) جتاس　　ب) جاس　　جـ) −جتاس　　د) −جاس

القسم الثاني: الأسئلة المقالية:

٣١) ٢٠٢٢ الدورة الثانية:

ما قيمة $\lim_{س\to٠} \frac{قاس - ١}{س^{٢}}$ باستخدام قاعدة لوبيتال ؟

---

٣٢) ٢٠٢٢ الدورة الثانية:

إذا كان $ص^{ن} = هـ^{م س}$ ، حيث $م ، ن \in ط ، ص > ٠$ فبين أن $ص'' = \left(\frac{م}{ن}\right)^{٢} ص$

---

٣٣) ٢٠٢٢ الدورة الثانية:

$ق'(س) = \frac{لـو_{هـ} م(س)}{٢س}$ ، $م(س) > ٠$ وكان $م(٢) = هـ$ ، $م'(٢) = \frac{٣}{٢} هـ$ ، فجد $ق''(٢)$

---

٣٤) ٢٠٢٢ الدورة الاولى:

إذا كان $\lim_{س\to١} \frac{٢ق^{٢}(س) - ٢}{س^{٢} - ١} = ٦$ ، وكان $هـ(س) = \sqrt{٣ق(س)}$ ، $ق(س)$ كثير حدود موجب

فجد $هـ'(١)$

---

٣٥) ٢٠٢١ الدورة الاولى:

احسب $\lim_{س\to٠} \frac{١ - جتاس}{س جاس}$ باستخدام قاعدة لوبيتال

---

٣٦) ٢٠٢١ الدورة الثانية:

إذا كان $ص = هـ^{٢س}$ وكان $ص'' - ٤ص' + ٤ص = ٠$ ، فما قيمة الثابت $ا$ ؟

---

٣٧) ٢٠٢١ الدورة الثانية:

احسب $\lim_{س\to٠} \frac{قا٢س - ١}{س^{٢}}$ باستخدام قاعدة لوبيتال .

---

٣٨) ٢٠٢١ الدورة الثالثة :

احسب $\lim_{س\to١} \frac{لـو_{هـ} س}{س^{٢} - ١}$ مستخدما قاعدة لوبيتال ؟

---

٣٩) ٢٠٢٠ الدورة الأولى :

إذا كان $ل(س) = ١ + لـو_{هـ} \sqrt{س}$ ، $س > ٠$ أوجد $\lim_{س\to١} \left(\frac{ل(س)}{س} - ١\right)\left(\frac{١}{س - ١}\right)$

٤٠) ٢٠١٩:

إذا كان $هـ^{س^{٢}} = لـو_{هـ}(س + ٣ص)$ ، أوجد $\frac{د ص}{د س}$ عند النقطة $\left(٠، \frac{هـ}{٣}\right)$

---

٤١) ٢٠١٩ الدورة الأولى:

إذا كانت $\lim_{س \to ١} \frac{أس^{٢} + ٣ب س + ٢}{س - ١} = ١$ ، جد الثابتين أ، ب

---

٤٢) ٢٠١٨ الدورة الثالثة :

أوجد: $\lim_{س \to -٢} \frac{جا \pi س + س^{٢} - ٤}{٢ + س}$

---

٤٣) ٢٠١١ إكمال:

إذا كان ص= $هـ^{س^{٢}} لـو_{هـ} س^{٣}$ أوجد $\frac{د ص}{د س}$

---

٤٤) ٢٠٠٧:

بين أن الاقتران $ص = (١ + ٢س) هـ^{٣س}$ يحقق المعادلة $\frac{د^{٢} ص}{د س^{٢}} - ٦ص \frac{د ص}{د س} + ٩ص = ٠$

الدرس الخامس: تطبيقات هندسية وفيزيائية

القسم الأول: أسئلة الاختيار من متعدد:

١) **٢٠٢٢ الدورة الأولى:**

إذا كان المستقيم $أ س + ب ص + جـ = ٠$ $(أ، ب \neq ٠)$ عمودياً على المماس لمنحنى الاقتران

$ص = \frac{١}{س}، س > ٠$ فما العبارة الصحيحة دائماً من العبارات الآتية؟

أ) $أ، ب$ موجبتان ب) $أ، ب$ مختلفا الإشارة جـ) $أ، ب$ سالبان د) $أ = ب$

---

٢) **٢٠٢١ الدورة الأولى:**

إذا كان $ن(س) = \frac{ل(س)}{س^٢ + ٢}$ وكان المماس لمنحنى $ل(س)$ عند النقطة $(-١، ٢)$ أفقياً، فما قيمة $ن'(-١)$ ؟

أ) $-\frac{٤}{٩}$ ب) $-\frac{١}{٩}$ جـ) $\frac{٤}{٩}$ د) $\frac{٧}{٩}$

---

٣) **٢٠٢١ الدورة الثالثة:**

إذا كان $ن(س) = (-٦ أ + ١٢) س^٢ + ٨ س$، فما قيمة $أ$ التي تجعل المماس لمنحنى $ن(س)$ عندما $س = ٢$ أفقياً

أ) -٢٤ ب) ١ جـ) ٢ د) ٣

---

٤) **٢٠٢٠ الدورة الأولى:**

قذف جسم رأسياً للأعلى وكان ارتفاعه ف بالأقدام بعد ن ثانية : $ف(ن) = ٩٦ ن - ١٦ ن^٢$

فما الزمن الذي يحتاجه الجسم وهو صاعد لتكون سرعته $\frac{١}{٣}$ السرعة التي قذف بها ؟

أ) ٢ ب) ١ جـ) ٣ د) $\frac{٣}{٢}$

---

٥) **٢٠٢٠ الدورة الأولى :**

إذا كان المستقيم $ص = -\frac{٩}{٢} - \frac{١}{٢} س$ عمودياً على منحنى $ن(س) = أ س^٢ - ٤ س + ٥$

عند $س = ١$ ، فما قيمة $أ$ ؟

أ) -١ ب) $\frac{٧}{٤}$ جـ) $\frac{١}{٢}$ د) ٣

٦) **٢٠٢٠ الدورة الثالثة :**

إذا كان المماس المرسوم لمنحنى ق(س) عند النقطة (٢، −١) يصنع زاوية قياسها ١٣٥° مع الاتجاه الموجب لمحور السينات ، فما قيمة $\lim_{س \to ٢} \frac{ق(س) - ق(٢)}{٢س - ٤}$ ؟

أ) −١ ب) $\frac{-١}{٢}$ جـ) $\frac{١}{٢}$ د) ١

---

٧) **٢٠٢٠ الدورة الثالثة:** إذا كانت معادلة العمودي على منحنى ق(س) عند النقطة (٣، ٠) هي ٢س − ٣ص = ٦ فما قيمة ق´(٣)

أ) $\frac{٣}{٢}$ ب) $\frac{٢}{٣}$ جـ) $\frac{-٣}{٢}$ د) $\frac{-٢}{٣}$

---

٨) **٢٠١٩ صناعي:**

إذا كان المماس لمنحنى الاقتران ق(س) = س^{٢} + ٣س عند س = س$_{١}$ يصنع مع محور السينات الموجب زاوية قياسها ٤٥° ، فما احداثيي نقطة التماس ؟

أ) (٢، ١) ب) (١، ٢) جـ) (−١، −٢) د) (−٢، −١)

---

٩) **٢٠١٩الدورة الثانية**

إذا كان ق(س) = هـ$^{س^{٢}}$ ، فما معادلة المماس لمنحنى الاقتران ق(س) عندما س = −١ ؟

أ) ص = −٢هـس − ٣هـ ب) ص = −٢هـس + هـ

جـ) ص = −٢هـس − هـ د) ص = ٢هـس + هـ

---

١٠) **٢٠١٨:** إذا كان المستقيم ص − ٣س − ٢ = ٠ مماساً لمنحنى الاقتران ق(س) عند النقطة (١، ق(١)) فإن $\lim_{هـ \to ٠} \frac{ق(١ + ٥هـ) - ٥}{هـ}$

أ) ٢٥ ب) ١٥ جـ) ٠ د) −٥

---

١١) **٢٠١٨:**

قذف جسم رأسياً للأعلى من نقطة (و) على سطح الأرض ، فإذا كان ارتفاعه ف بالأمتار بعد ن ثانية يعطي بالعلاقة ف(ن) = ٨٠ن − ٦ن^{٢} ، فإن زمن وصول الجسم لأقصى ارتفاع يساوى:

أ) ٥ ثوان ب) ٤ثوان جـ) ٣.٥ ثانية د) ٢.٥ ثانية

١٢) **٢٠١٨ الدورة الثانية:** إذا كانت معادلة العمودي على المماس لمنحنى $ن(س)$ عند النقطة $(٢،١)$ هي $٢س + ٣ص = ٧$ ، فإن قيمة $ن(٢) - ن'(٢) =$

أ) $\frac{-١}{٢}$ ب) $\frac{١}{٣}$ جـ) $\frac{١}{٢}$ د) $\frac{٥}{٣}$

---

١٣) **٢٠١٨ الدورة الثالثة:** إذا كانت معادلة المماس لمنحنى $ن(س)$ عند النقطة $(٤،٠)$ هي $٢ص - ٦س - ٨ = ٠$ ، فإن $\lim_{س \to ٠} \frac{ن(س) - ٤}{س} =$

أ) -٣ ب) $\frac{-١}{٦}$ جـ) ٣ د) $\frac{١}{٣}$

---

١٤) **٢٠١٧:** إذا كان $ص = ١ - ٥س$ ، مماساً لمنحنى الاقتران $ن(س)$ عند النقطة $(٢، -٩)$ ، فإن $\lim_{هـ \to ٠} \frac{ن(٢ + ٣هـ) + ٩}{هـ} =$

أ) -١٥ ب) -٥ جـ) ٥ د) ١٥

---

١٥) **٢٠١٧** : يتحرك جسيم في خط مستقيم مبتدئاً من النقطة (و) بحيث يكون بعده عنها في أي لحظة بالعلاقة $ف(ن) = ٨ن^{٢} - ن^{٣}$ فإن تسارع الجسيم عندما يغير من اتجاه حركته يساوي

أ) -١٦ م / ث^{٢} ب) ١٦ م/ ث^{٢} جـ) -٨٠ م/ ث^{٢} د) -٣٢م/ ث^{٢}

---

١٦) **٢٠١٧ الدورة الثانية:**

إذا كان المستقيم $ص = ٥س + ب$ ، مماساً لمنحنى الاقتران $ن(س) = ٢س^{٢} + س - ١$ ، فإن قيمة **ب** ؟

أ) -٣ ب) -١ جـ) ١ د) ٣

---

١٧) **٢٠١٥ إكمال:**

إذا كانت معادلة العمودي على المماس لمنحنى $ن(س)$ عند النقطة $(١،٣)$ هي $٤س - ٣ص = ٩$ فإن قيمة $ن'(٣) + ن(٣) =$

أ) $\frac{١}{٤}$ ب) $\frac{-٣}{٤}$ جـ) $\frac{٧}{٤}$ د) $\frac{٧}{٣}$

---

١٨) **٢٠١٤** : إذا كانت معادلة العمودي على منحنى الاقتران $ن(س)$ عند النقطة $(٥،٤)$ الواقعة عليه هي $٤س - ٣ص = ٨$، فإن $ن'(٥)$ ؟

أ) $\frac{٤}{٣}$ ب) $\frac{٣}{٤}$ جـ) $-\frac{٣}{٤}$ د) $-\frac{٤}{٣}$

١٩) ٢٠١٤ إكمال:

إذا كان المستقيم ص = س مماساً لمنحنى ص = $\frac{س^{٢}}{٤}$ + جـ ، فإن قيمة جـ هي :

أ) -٢ ب) -١ جـ) ١ د) ٢

---

٢٠) ٢٠١٣ إكمال:

إذا تحرك جسيم على خط مستقيم بحيث كانت ف(ن) تمثل إزاحته عند زمن ن، فإن سرعته اللحظية =

أ) $\frac{\Delta ع}{\Delta ن}$ ب) $\frac{\Delta ف}{\Delta ن}$ جـ) $\frac{ع ى}{ن ى}$ د) $\frac{ف ى}{ن ى}$

---

٢١) ٢٠١٢ :

إذا تحرك جسم وفق العلاقة ف(ن) = ن ^{٣} + ٢ن ، ف بالأمتار، ن بالثواني، فإن التسارع المتوسط للجسم في الثواني الثلاث الأولى يساوي

أ) ٨ ب) ٩ جـ) ١٠ د) ١١

---

٢٢) ٢٠١٢ إكمال : إذا كانت معادلة العمودي على المماس لمنحنى الاقتران ق(س) عند النقطة (١، -٢) هي ص + ٤س = ٢ فإن ق $'$(١) =

أ) -٤ ب) $\frac{-١}{٤}$ جـ) $\frac{١}{٤}$ د) ٤

---

٢٣) ٢٠١١ : إذا كانت معادلة العمودي على المماس لمنحنى الاقتران ق(س) عند النقطة (٢ ،أ ب) هي أص = س وكانت ق $'$(٢) = ٦ فإن قيمة الثابت ب هي :

أ) -٦ ب) -٢ جـ) ٢ د) ٦

---

٢٤) ٢٠١١ إكمال: إذا كانت معادلة العمودي على منحنى الاقتران ق(س) عند النقطة (٢،١) الواقعة عليه هي س + ٢ص = ٥ فإن ق $'$(١) تساوي :

أ) $\frac{١}{٢}$ ب) $\frac{-١}{٢}$ جـ) ٢ د) -٢

---

٢٥) ٢٠١٠ إكمال: إذا كان المستقيم ص = س مماسا لمنحنى الاقتران ص = جا^{٢}س + أ ، س ∈ [٠، π] فإن الإحداثي السيني لنقطة التماس هو :

أ) $\frac{\pi}{٢}$ ب) $\frac{\pi}{٤}$ جـ) $\frac{\pi}{٦}$ د) $\frac{\pi}{٣}$

٢٦) ٢٠٠٩ +٢٠٠٧ دراسات: تحرك جسم على خط مستقيم وفق العلاقة ف = ن^{٢} − ٦ن ، فإن سرعة هذا الجسم وتسارعه يتساويان عددياً عندما ن تساوي:

أ) صفر ب) ٢ جـ) ٣ د) ٤

---

٢٧) ٢٠٠٩ : إذا كانت معادلة العمودي على مماس منحنى الاقتران ق(س) عند النقطة (١،٣) هي ص = $\frac{١}{أ}$س فإن ق$'$(١) تساوى

أ) ٣ ب) -٣ جـ) $\frac{١}{٣}$ د) $\frac{-١}{٣}$

---

٢٨) ٢٠٠٨: يتحرك جسم وفق العلاقة ع = ٦ $\sqrt{ف}$ ، حيث ع،ف هما السرعة والإزاحة على الترتيب، فإن تسارع هذا الجسم يساوي :

أ) ٦ ب) ١٢ جـ) ١٨ د) ٣٦

---

٢٩) ٢٠٠٨: إذا كانت معادلة العمودي على المماس لمنحنى ق(س) عند النقطة (٠،٣) هي ٢س + ٣ص = ٦ ، فإن ق$'$(٣) تساوي :

أ) $\frac{-٢}{٣}$ ب) $\frac{-٣}{٢}$ جـ) $\frac{٢}{٣}$ د) $\frac{٣}{٢}$

---

٣٠) ٢٠٠٨ إكمال: إذا كان المستقيم ص = س مماساً لمنحنى ق(س) = س^{٢} + أ ، فإن قيمة أ =؟

أ) ٢ ب) $\frac{١}{٢}$ جـ) $\frac{١}{٤}$ د) صفر

---

٣١) ٢٠٠٧ دراسات : إذا كان ميل المماس =-٢، فإن ميل العمودي عليه يساوي :

أ) ٢ ب) $\frac{١}{٢}$ جـ) -٢ د) $\frac{-١}{٢}$

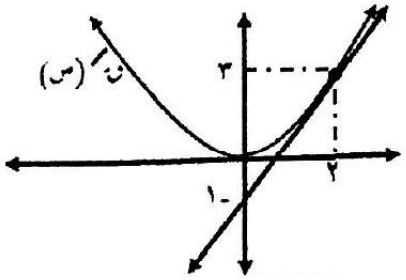
---

٣٢) ٢٠٠٧ إكمال: إذا كانت معادلة العمودي على منحنى ق(س) عند النقطة (٠،٣) هي ٢س − ٣ص = ٦ ، فإن ق$'$(٣) ؟

أ) $\frac{٣}{٢}$ ب) $\frac{٢}{٣}$ جـ) $\frac{-٣}{٢}$ د) $\frac{-٢}{٣}$

القسم الثاني: الأسئلة المقالية:

٣٣) ٢٠٢٢ الدورة الثانية:



الشكل المجاور يبين منحنى $ن'(س)$ والمماس له عند س = ٢

معتمدا عليه جد $\lim_{س \to ١} \frac{ن'(٢س) - ٣}{س - ١}$

---

٣٤) ٢٠٢٢ الدورة الثانية: ما معادلة المماس لمنحنى العلاقة $س ص^{٣} = ١٢$ عند النقطة $\left(ب، \frac{٣}{٢}\right)$ الواقعة عليه.

---

٣٥) ٢٠٢٢ الدورة الثانية: إذا كان $ن(س) = أ س^{٣} + ب س^{٢} - ١٢ س$ وكان لمنحنى الاقتران $ن(س)$ مماسا أفقيا عند النقطة $(-١، ٧)$ فما قيمة الثابتين $أ، ب$

---

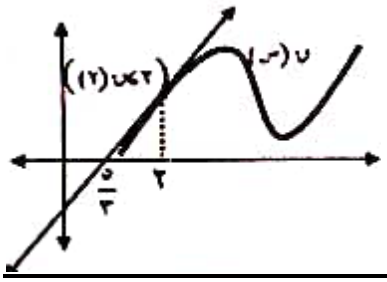
٣٦) ٢٠٢٢ الدورة الثانية:

قذف جسم رأسياً إلى أعلى من نقطة على سطح الأرض، بحيث إن بعده عن سطح الأرض يتحدد بالعلاقة $ف(ن) = ٣٠ن - ٥ن^{٢}$ ، حيث ف : ارتفاع الجسم بالأمتار، ن الزمن بالثواني **جد :**

١) أقصى ارتفاع يصله الجسم . ٢) متى يكون الجسم على ارتفاع ٤٠ مترا من سطح الأرض

---

٣٧) ٢٠٢٢ الدورة الاولى:



يبين الشكل المجاور منحنى $ن(س)$ والمماس المرسوم له عند س=٢

فإذا كان $ن(٢) + ن'(٢) = ٨$

جد معادلة العمودي على المماس عند س=٢

---

٣٨) ٢٠٢٢ الدورة الاولى:

أطلقت كرة رأسياً إلى أعلى من نقطة على سطح الأرض من أمام بناية ارتفاعها ٥٥ متراً بحيث أن ارتفاع الكرة (بالأمتار) عن سطح الأرض بعد (ن) ثانية يتحدد بالعلاقة $ف(ن) = ٦٠ن - ٥ن^{٢}$.

١) ما سرعة الكرة عندما تصل الى مستوى سطح البناية.

٢) ما أقصى ارتفاع للكرة عن مستوى سطح البناية.

---

٣٩) ٢٠٢١ الدورة الاولى:

جد معادلة العمودي على المماس لمنحنى العلاقة $س^{٢} - ٤س + ص^{٢} = ١، ص > ٠$ عند نقط تقاطعها مع منحنى $ص = س^{٢} - ٤س + ٥$.

٤٠) **٢٠٢١ الدورة الأولى :**

قذف جسم رأسياً إلى أعلى من نقطة على سطح الأرض، بحيث يتحدد بعده عن سطح الأرض بالعلاقة ف(ن) = ٢٠ن − ٥ن^{٢} حيث ف: ارتفاع الجسم بالأمتار، ن الزمن بالثواني جد:

١) أقصى ارتفاع يصله الجسم ٢) سرعة الجسم عندما يكون قد قطع مسافة ٢٥ متراً

---

٤١) **٢٠٢١ الدورة الثانية :**

قذف جسم رأسياً إلى أعلى من نقطة على سطح الأرض، بحيث يتحدد بعده عن سطح الأرض بالعلاقة ف(ن) = ٤٠ن − ٥ن^{٢} حيث ف: ارتفاع الجسم بالأمتار، ن : الزمن بالثواني ، جد :

١) أقصى ارتفاع يصله الجسم ٢) سرعة الجسم عندما تكون المسافة المقطوعة ١٠٠ م

---

٤٢) **٢٠٢١ الدورة الثانية**

ما معادلة العمودي على المماس لمنحنى العلاقة س ص = جاπص ، **عندما** ص = $\frac{١}{٢}$ ؟

---

٤٣) **٢٠٢٠ الدورة الأولى :**

أوجد معادلة المماس لمنحنى ص = لـو$_{هـ}$ (٢ − $\sqrt{٢}$ جتاس) عند النقطة الواقعة عليه والتي احداثها السيني يساوى $\frac{\pi}{٤}$

---

٤٤) **٢٠٢٠ الدورة الأولى:**

قذف جسم رأسياً للأعلى من قمة برج ارتفاعه ٦٠ متر بحيث أن ازاحته من قمة البرج تعطى بالعلاقة:

ف = ك ن − ٥ن^{٢} ، حيث ف بالأمتار بعد ن ثانية. فإذا كان ارتفاعه ١٥ متر عن سطح الأرض بعد مرور ٩ ثوان . فما أقصى ارتفاع يصل إليه الجسم عن سطح الأرض؟

---

٤٥) **٢٠٢٠ الدورة الأولى :**

إذا رسم الاقتران ق(س) = ا س^{٢} + ب س + ٦ ،مماساً عند النقطة (٢، ق(٢)) الواقعة عليه، فقطع المماس من محور الصادات ٤ وحدات موجبة، وكان قياس زاوية ميل المماس تساوي $\frac{٣}{٤}\pi$ ، فما قيمة الثابتين ا، ب

---

٤٦) **٢٠٢٠ الدورة الثانية:**

قذف جسم رأسياً للأعلى من قمة برج ارتفاعه ١٢٠ م، بحيث تتحدد إزاحته عن قمة البرج بالعلاقة ف = ٢٠ ن − ٥ ن^{٢} حيث ف : إزاحة الجسم بالأمتار ن الزمن بالثواني ، أوجد :

١) أقصى ارتفاع يصله الجسم عن قمة البرج ٢)سرعة الجسم وهو على ارتفاع ١٥ م من سطح الأرض

---

٤٧) **٢٠٢٠ الدورة الثانية :**

أوجد معادلة العمودي لمنحنى الاقتران الذي معادلته ص = $\frac{٢\sqrt{٩ - س^{٢}}}{٣}$ والموازي للمستقيم الذي معادلته ٣س − ٢ص − ١٢ = ٠

---

٤٨) **٢٠٢٠ الدورة الثانية :**

إذا كان المستقيم الذي معادلته ٤ص = أ س − ١ يمس منحنى هـ(س) = $\frac{ب س}{س + جـ}$ عند $\left(١، \frac{-١}{٢}\right)$ فما قيم الثوابت أ ، ب ، جـ

---

٤٩) **٢٠٢٠ الدورة الثانية :**

قذف جسم رأسياً للأعلى من سطح الأرض وكانت إزاحته عن سطح الأرض تعطي ف(ن) = ٣٠ ن − ٥ ن^{٢} حيث ف(ن) الازاحة بالأمتار ، ن الزمن بالثواني ، أوجد سرعة الجسم عندما يقطع مسافة ٦٥ م

---

٥٠) **٢٠١٩ :**

يتحرك جسم حسب العلاقة $\frac{ع}{ف}$ − ٥ ف + ٢ = ٠ ، ف > ٠ حيث ف إزاحة الجسم بالأمتار بعد ن من الدقائق ع السرعة اللحظية للجسم. احسب تسارع الجسم عندما تكون سرعته ٣ م/ د

---

٥١) **٢٠١٩ الدورة الثانية :**

إذا كان ق(س) = لـو$_{هـ}$ (س^{٢} − ٢س + هـ) ، أوجد معادلة العمودي على المماس لمنحنى ق(س) عند س = ٠

---

٥٢) **٢٠١٩ الدورة الثانية :**

يتحرك جسم حسب العلاقة ف = ٤ جا^{٢} ٢ن + $\frac{١}{٢}$ ن ، ن ∈ $\left[٠، \frac{\pi}{٢}\right]$

احسب تسارع الجسم عندما تكون سرعته $\frac{٩}{٢}$ م/د

---

٥٣) **٢٠١٨ الدورة الثانية :**

قذف جسم رأسياً إلى أعلى، فكان ارتفاعه عن نقطة قذفه ف = أ ن − ٥ن^{٢} ، أ > ٠ حيث ف المسافة بالأمتار، ن الزمن بالثواني وكان أقصى ارتفاع يصله الجسم هو ١٢٥ م ، جد :

١) قيمة الثابت أ ٢) السرعة الابتدائية للجسم ٣) المسافة المقطوعة في الست ثوان الأولى

---

٥٤) **٢٠١٨:**

إذا كان ق(س) = $\frac{س^{٢}+٩}{س}$ ، س > ٠ أوجد معادلة المماس المرسوم لمنحنى ق(س) والذى يوازى المستقيم المار بالنقطتين (٢، − ٤)، (٤، ١)

---

٥٥) **٢٠١٨ الدورة الثانية :**

قذف جسم رأسياً إلى أعلى، فكان ارتفاعه عن سطح الأرض في أي لحظة يعطى ف = ١٠٠ ن − ٥ن^{٢}

حيث ف المسافة بالأمتار، ن الزمن بالثواني **جد:**

١) أقصى ارتفاع يصله الجسم.

٢) الزمن اللازم لتكون سرع الجسم تساوي تسارعه عددياً.

٣) سرعة الجسم عندما يكون قد قطع مسافة ٣٧٥ م

---

٥٦) **٢٠١٨ الدورة الثالثة:**

أوجد معادلة المماس عند س = ١ للمنحنى ق(س) = س ^{٣} × هـ(س) علما بأن معادلة المماس لمنحنى هـ(س) عندما س = ١ هى ص − ٢س + ٤ = ٠

---

٥٧) **٢٠١٧ الدورة الثانية :**

رسم مماس وعمودي على المماس لمنحنى الاقتران ق(س) = س ^{٢} + ٢ عند النقطة (٢، ٦) الواقعة عليه ، فقطعا محور السينات في أ ، ب ، أوجد طول القطعة أ ب.

---

٥٨) **٢٠١٧ الدورة الثانية:**

أوجد معادلة العمودى على المماس لمنحنى الاقتران ق(س) = $\sqrt{س^{٢} + ٨س}$ عند س = ١

---

٥٩) **٢٠١٧ الدورة الثانية:**

يتحرك جسم حسب العلاقة ف = ن^{ك} حيث ف تمثل المسافة بالأمتار ن الزمن بالثواني ، فإذا كانت سرعة الجسم بعد ٦ ثوانى تساوي ٤ أمثال سرعته بعد ٣ ثوانى ، فأوجد تسارع الجسيم بعد ثانيتين من بدء الحركة .

٦٠) ٢٠١٧ الدورة الثانية :

إذا كان هـ(٢س − ١) = $\frac{\text{ن}(\text{س})}{\text{س}^{٣}+٢}$ ، وكانت معادلة المماس لمنحنى الاقتران ن(س) عندما س = ١ هى ٢ص − ٤س + ٨ = ٠ جد هـ′(١)

---

٦١) ٢٠١٦ إكمال :

يتحرك جسيم في خط مستقيم حسب العلاقة ف(ن) = ن^{٢}(٢ن − ٩) حيث ف إزاحة الجسم بالامتار ، ن الزمن بالثواني جد : ١) السرعة بعد ٣ ثواني من بدء الحركة ٢) متى تبدأ سرعة الجسم بالتزايد

---

٦٢) ٢٠١٥:

من قمة برج يرتفع عن سطح الأرض ٥٠ م أطلق جسم رأسياً إلى أعلى فكانت إزاحته ف بالأمتار عن قمة البرج بعد ن ثانية تعطى بالعلاقة ف = ٥ ن − ٥ن^{٢} جد :

١)الزمن اللازم ليكون الجسم على ارتفاع ٦٠ م من سطح الأرض

٢) أقصى ارتفاع عن الأرض يصل إليه الجسم

---

٦٣) ٢٠١٧ الدورة الثانية :

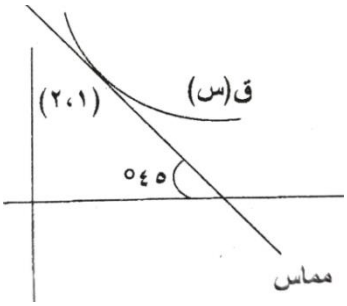
أوجد معادلة المماس لمنحنى الاقتران ن(س) = س^{٢} + س والذي يوازى المستقيم ص − ٥س = ٣

---

٦٤) ٢٠١٥:

إذا كان ن(س) ، هـ′(س) اقترانين قابلين للاشتقاق بحيث ن(س) × هـ′(س) = ٢٠ بالاعتماد على الشكل المجاور

أوجد قيمة هـ″(١)



---

٦٥) ٢٠١٥ إكمال :

قذف جسم رأسياً إلى أعلى من نقطة على سطح أرض أفقية حسب العلاقة ف(ن) = ٤٩ن − ٦ن^{٢}

حيث ف المسافة بالأمتار ن الزمن بالثواني

١) ما أقصى ارتفاع يصل إليه الجسم

٢) بين أن الجسم يفقد نصف سرعته الابتدائية عندما يكون على ارتفاع ٤٨ م

٦٦) ٢٠١٤ الدورة الثانية :

قذف جسم رأسياً إلى أعلى بحيث أن ارتفاعه عن نقطة القذف معطى بالعلاقة ف = ٢٨ ن − ٦ ن^{٢}

حيث ف الارتفاع بالأمتار ن الزمن بالثواني جد:

١) أقصى ارتفاع يصل إليه الجسم ٢) سرعة الجسم عندما يكون قد قطع مسافة ٢٧٢ م

---

٦٧) ٢٠١٤ إكمال :

إذا كان ق(س) = أ س + $\frac{ب}{س}$ ، س ≠ صفر، وكان متوسط التغير للاقتران ق(س) في الفترة [١،٥] هو ٢ وكانت $\lim_{هـ \to ٠} \frac{ق(١+هـ)-ق(١)}{هـ} = -٤$ أوجد قيم الثابتين أ ، ب

---

٦٨) ٢٠١٣ :

قذف جسيم رأسياً إلى أعلى وفقاً للعلاقة ف = ٥٠ ن − ٥ ن^{٢} حيث ف المسافة بالأمتار ، ن الزمن بالثواني جد : ١) أقصى ارتفاع يصل إليه الجسيم ٢) التسارع المتوسط للجسم في الفترة [١،٣]

---

٦٩) ٢٠١٣ :

جد معادلة المماس المرسوم لمنحنى الاقتران ق(س) = س^{٢} من النقطة (٠،−٤) الواقعة خارج المنحنى علماً بأن س > ٠

---

٧٠) ٢٠١٢ إكمال:

قذف جسم رأسياً للأعلى من نقطة على سطح الأرض وكان ارتفاعه يعطى بالعلاقة ف = ٢٠ ن − ٢ ن^{٢}

ف بالأمتار ، ن بالثواني جد :

١) أقصى ارتفاع يصل إليه الجسم ٢) السرعة المتوسطة للجسم في[١، ٢]

---

٧١) ٢٠١١ : أطلق جسم رأسياً للأعلى من قمة برج بحيث أن ارتفاعه بالأمتار عن سطح الأرض بعد ن ثانية يعطى بالقاعدة ف = ٢٤ ن + ٦٤ − ٦ ن^{٢} جد أقصى ارتفاع عن قمة البرج يصل إليه الجسم.

---

٧٢) ٢٠١١ :

جد معادلة المماس لمنحنى الاقتران ق(س) = $\frac{١}{٢}$ جتا٢س+جتاس ، عند النقطة / النقاط التي يكون عندها المماس أفقيا في الفترة $\left[\frac{\pi}{٢}، \frac{\pi}{٢}-\right]$

٧٣) ٢٠١١ إكمال:

قذف جسمان معاً رأسياً لأعلى، الأول يتحرك وفق العلاقة ف = ٠ ٢ن – ٥ن^{٢} والثاني وفق العلاقة ف = ٠ ١ن – ٥ن^{٢} حيث ف بالأمتار، ن بالثواني، جد ارتفاع الجسم الثاني عندما يصل الأول أقصى ارتفاع له.

---

٧٤) ٢٠١٠:

قذف جسم رأسياً لأعلى فكانت العلاقة بين ارتفاعه ف بالأمتار عن نقطة قذفه وزمن حركته ن بالثواني هي ف(ن) = ٥٠ ن – ٥ ن^{٢} جد الزمن اللازم لتكون المسافة التي قطعها الجسم تساوي ١٣٠ م

---

٧٥) ٢٠١٠ إكمال:

إذا كان ك(س) = ق(س) + (س)) × هـ(س) فجد ك$'$(٣)

علماً بأن للمنحنيين ق(س) ، هـ(س) مماساً أفقياً مشتركاً عند النقطة (٣، ٤) الواقعة على كليهما .

---

٧٦) ٢٠١٠ إكمال:

إذا كان المستقيم الواصل بين النقطتين (٠ – ١)، (١، ب) مماساً لمنحنى الاقتران ق(س) = ٢س^{٢} – س + ٧ جد قيمة الثابت ب

---

٧٧) ٢٠٠٩: جد الميل لجميع المماسات المرسومة لمنحنى الاقتران ق(س) = س^{٢} من النقطة (١، -٣)

---

٧٨) ٢٠٠٩ إكمال: إذا كان المستقيم ص = س + ٤، مماساً لمنحنى ل(س) عندما س = ٢ وكان

ق(س) = (س × ل(س)) جد ق$'$(٢)

---

٧٩) ٢٠٠٨:

قذف جسم رأسياً للأعلى فكانت العلاقة بين ارتفاعه (ف) بالأمتار عن نقطة قذفه وزمن حركته (ن) هي ف = ٠ ٥ن – ٥ن^{٢} جد أقصى ارتفاع يصل إليه الجسم والمسافة التي قطعها الجسم في الثواني الست الأولى

---

٨٠) ٢٠٠٨ إكمال:

يتحرك جسم في خط مستقيم تبعاً للعلاقة ف = ن^{٣} + ٤ن ، حيث ف(ن) إزاحة الجسم بالأمتار عن نقطة ثابتة (و) على خط الحركة ، (ن) الزمن بالثواني جد السرعة المتوسطة والتسارع المتوسطة لهذا الجسم في الفترة الزمنية [٢، ٤]

٨١) ٢٠٠٧:

يتحرك جسيم في خط مستقيم حسب العلاقة ف = ن ^{٣} − ٢ن ^{٢} + ٧ حيث ف المسافة بالأمتار ن الزمن بالثواني ، أوجد سرعة وتسارع الجسيم بعد ثانيتين من بدء الحركة.

---

٨٢) ٢٠٠٧دراسات:

يتحرك جسيم في خط مستقيم وفق العلاقة ف(ن) = ن ^{٣} − ن ^{٢} + ٥ حيث ف المسافة بالأمتار ، ن الزمن بالثواني ، أوجد سرعة الجسيم عندما يكون تسارعه ٤٠ م / ث^{٢}.

---

٨٣) ٢٠٠٧ دراسات:

أوجد معادلة المماس لمنحنى الاقتران ق(س) = $\frac{١}{س}$ ، من النقطة (١،٠) الواقعة خارجه ، س > ٠

---

٨٤) ٢٠٠٧ إكمال:

من قمة برج يرتفع عن سطح الأرض ٢٠م ، أطلق جسم رأسياً إلى أعلى فكانت إزاحته ف بالأمتار عن قمة البرج بعد ن ثانية تعطى بالقاعدة ف(ن) = ١٨ن − ٥ن ^{٢} ، جد سرعة الجسم بعد ثانيتين

---

٨٥) ٢٠٠٧ إكمال:

بين وجود مماسين من النقطة (٠،١) للاقتران ق(س) = س ^{٢} ، ثم جد معادلتيهما

الدرس السادس : قاعدة السلسلة

القسم الأول : أسئلة الاختيار من متعدد :

١) **٢٠٢٢ الدورة الأولى:**

إذا كان ن(س)=جتا^{٣}٢س ، فما قيمة ن$'$(س) ؟

أ) $-$ ٣جتا^{٢}٢س جا٢س　　ب) $-$ ٣جتا^{٢}س جاس

جـ) $-$٦ جتا^{٢}٢س جا٢س　　د) $-$٦ جتا^{٢}س جاس

---

٢) **٢٠٢١ الدورة الأولى:**

إذا كان ن^{٢}(٢س $-$ ١) = ٢س^{٢} $-$ ٢ وكان ن(٥) = ٤ ، فما قيمة ن$'$(٥) ؟

أ) $\frac{٤}{٣}$　　ب) $\frac{٣}{٤}$　　جـ) ٥　　د) $\frac{٢}{٣}$

---

٣) **٢٠٢١ الدورة الثانية :**

إذا علمت أن ص = ع^{٢} ، ع = جاس $-$ جتاس ، فما قيمة $\frac{د ص}{د س}$ ؟

أ) $-$ ٢جتا٢س　　ب) ٢جا٢س　　جـ) ٢جتا٢س　　د) صفر

---

٤) **٢٠٢٠ الدورة الأولى :**

إذا كان ن(س) = س^{٣} ، هـ(س) = $\frac{ب}{٢س - ١}$: س $\neq \frac{١}{٢}$ ، ب > ٠

وكان (ن$'$ ○ هـ)$'$(١) = $-$ ٤٨ فما قيمة الثابت ب ؟

أ) ٢　　ب) ٤　　جـ) ٨　　د) ١٦

---

٥) **٢٠٢٠ الدورة الثالثة:** إذا كان ص = جتا٢هـ ، س = جاهـ أوجد $\frac{د ص}{د س}$ ؟

أ) $-$ ٤جاس　　ب) ٤جاس　　جـ) $-$ ٤هـ　　د) $-$ ٤س

---

٦) **٢٠٢٠** : إذا كان ن^{٢} ($\sqrt{س}$ + ١) = ٥س^{٢} $-$ ١ ، فما قيمة ن$'$ (٢) علماً أن ن(س) > ٠

أ) ٥　　ب) ١٠ $\sqrt{٢}$　　جـ) $\frac{٥}{٢}$　　د) ١٠

---

٧) **٢٠٢٠ الدورة الثانية :** إذا كان ن(س) = س^{٣} $-$ س ، فما قيمة (ن ○ ن$'$)$'$(١)

أ) ١١　　ب) ٦٦　　جـ) ٦　　د) ١٢

٨) **٢٠٢٠ الدورة الثانية:** إذا كان ص = ٣ $\sqrt{ع}$ ، ع = ٢س − ١ ، فما قيمة $\left|\frac{ص}{س}\right|_{س=٥}$ ؟

أ) ١ ب) ٢ جـ) $\frac{٣}{\sqrt{٥}}$ د) $\frac{١}{٣}$

---

٩) **٢٠٢٠الدورة الثانية :**

إذا كان المستقيم ص + ٣س = ١ عمودياً على منحنى ن(س) عند س = ١ ، فما قيمة $(ن^{٣})'(١)$

أ) −٣٦ ب) ٣٦ جـ) ٤ د) −٤

---

١٠) **٢٠٢٠ الدورة الثالثة:** إذا كانت ص = ن(لـو$_{هـ}$(س)) ، فما ناتج $\frac{ص}{س}$ ؟

أ) $\frac{١}{س}$ ن′(س) ب) $\frac{١}{س}$ ن′(لـو$_{هـ}$(س))

جـ) ن′$\left(\frac{١}{س}\right)$ د) $\frac{١}{س}$ ن(لـو$_{هـ}$(س))

---

١١) **٢٠٢٠ الدورة الثالثة :** إذا كانت ص = لـو$_{هـ}$(قاس+ظاس) ، فما ناتج $\frac{ص}{س}$ ؟

أ) ظاس ب) قاس جـ) ظا^{٢}س د) قتاس

---

١٢) **٢٠١٩:**

إذاعلمت أن ن′(س) = $\frac{١}{١ - س^{٢}}$ ، س ≠ ±١، هـ(س)=جاس ما قيمة (ن ∘ هـ)′(س)

أ) ١ ب) قاس جـ) جتاس د) قتاس

---

١٣) **٢٠١٨ :** إذا كان ن(س)=جا٢س ، فإن ن″$\left(\frac{\pi}{٤}\right)$ + ٦ن′$\left(\frac{\pi}{٤}\right)$

أ) ٨ ب) ٤ جـ) ٢ د) −٤

---

١٤) **٢٠١٨:** إذا كان ن(س) = $\frac{٤}{هـ(س^{٢} - ٣)}$ ، هـ(١) = ٢ ، هـ′(١) = ٥ فإن ن′(٢) = ؟

أ) ٤٠ ب) ٢٠ جـ) −١٠ د) −٢٠

---

١٥) **٢٠١٨** إذا كانت ص = ع^{٢} + ٥ ، ع = $\frac{٢س - ١}{س}$ ، فإن $\frac{ص}{س}$ عندما ع = ٣

أ) −٦ ب) −٤ جـ) ٤ د) ٦

(١٦) ٢٠١٨ :

إذا كان $ن(س) = (س^{٣} - ٢) = ٣س^{٤} - ٢$ ، $س \neq ٠$ فإن $ن'(-١) =$

أ) ١٢ ب) ٤ جـ) -٤ د) -١٢

---

(١٧) ٢٠١٨ الدورة الثانية :

إذا كان $ن(س) = س^{٢} - ٥س$ وكان $(ن \circ هـ)'(٢) = ٢٧$ ، $هـ'(٢) = ٣$ ، فإن $هـ(٢)$

أ) ٢١ ب) ١٦ جـ) ٩ د) ٧

---

(١٨) ٢٠١٨ الدورة الثانية :

إذا كان $ن(س) = (٢س + ١)^{٣}$ ، فإن $ن''(-١) =$

أ) ٢٤ ب) ٦ جـ) -١٢ د) -٢٤

---

(١٩) ٢٠١٧ :

إذا كان $ص = ع^{٢} + ٨ع$ ، $ع = ٥ + س$ ، جد $\frac{د ص}{د س}$ عند $س = ١$

أ) -٥٠ ب) -١٠٠ جـ) ٢٠ د) ١٠

---

(٢٠) ٢٠١٦ :

إذا كان $(ن \circ هـ)'(٣) = ٨$ ، $(ن' \circ هـ)(٣) = ٢$ ، فإن $هـ'(٣) =$

أ) ٢ ب) ٤ جـ) ٨ د) ١٦

---

(٢١) ٢٠١٦ :

إذا كان $ن(س) = \frac{١}{س^{٢} - ٦س + ٩}$ ، $س \neq ٣$ ، فإن $ن''(س) = ؟$

أ) $-٦ن^{٢}(س)$ ب) $٦ن(س)$ جـ) $٦ن^{٢}(س)$ د) $ن^{٢}(س)$

---

(٢٢) ٢٠١٦ إكمال :

إذا كان $ن(س) = \sqrt{٢س + ١٠}$ ، $هـ(س) = ٩ - ٣س$ فإن $(ن \circ هـ)'(٢) =$

أ) $\frac{-٣}{٢}$ ب) -٦ جـ) $\frac{٣}{٤}$ د) $\frac{-٣}{٤}$

(٢٣) **٢٠١٥:**

إذا كان $(ق \circ هـ)(س) = س$ ، وكانت $ق'(س) = \frac{١}{س}$ ، حيث $هـ$ قابل للاشتقاق فإن $هـ'(س) =$

أ) ١ ب) س جـ) $ق(س)$ د) $هـ(س)$

---

(٢٤) **٢٠١٥:**

إذا كان $ل = س^{٢} - ٤س + ٣$ ، $س = \sqrt{٣ص^{٢} + ٦}$ فإن $\frac{دل}{دص}$ عندما $ص = ١$ هي :

أ) ١ ب) ٢ جـ) $\frac{١}{٣}$ د) -٢

---

(٢٥) **٢٠١٥ إكمال :** إذا كان $ق(س^{٣} - ١) = س^{٢} + ١$ ، فإن $ق'(٧)$

أ) $\frac{٢}{٢١}$ ب) $\frac{١}{٣}$ جـ) ٤ د) ١٤

---

(٢٦) **٢٠١٤ :** إذا كان $(ق \circ هـ)'(٢) = ٢٧$ ، $ق(س) = س^{٢} - ٥س$ ، $هـ'(٢) = ٣$ فإن $هـ(٢) =$

أ) ٢١ ب) ١٦ جـ) ٩ د) ٧

---

(٢٧) **٢٠١٣ + ٢٠١٠**

إذا كان $ق(س) = ٢س^{٢} + س - ١$ ، $هـ(س) = \sqrt{س}$ فإن $(ق \circ هـ)'\left(\frac{١}{٤}\right)$ ؟

أ) $\frac{١}{٢}$ ب) ٣ جـ) -٣ د) $-\frac{١}{٢}$

---

(٢٨) **٢٠١٣ إكمال :**

إذا كان $ق(س) = أ\ هـ(\sqrt{س})$ ، $هـ'(٣) = ٢$ ، $ق'(٩) = \frac{٢}{٣}$ فإن قيمة الثابت أ :

أ) ٢ ب) $\frac{٤}{٣}$ جـ) ١ د) $\frac{١}{٣}$

---

(٢٩) **٢٠١٢:** إذا كان $ق(س) = س^{٢}$ ، فإن $(ق \circ ق')'(١)$

أ) ٢ ب) ٤ جـ) ٦ د) ٨

---

(٣٠) **٢٠١١:**

إذا كان $ق(س)$ قابلاً للاشتقاق وكان $ق(س^{٣} + ١) - س = ٠$ فإن $ق'(٩) =$ ؟

أ) $\frac{١}{١٢}$ ب) $\frac{١}{٩}$ جـ) صفر د) ٣٣

(٣١) ٢٠٠٩:

إذا كان $ن(س) = \frac{١}{س}$ ، $هـ(س) = ٢س^{٢} - ١$ ، فإن $(ن \circ هـ)'(١) =$

أ) -٤ ب) -١ جـ) ١ د) ٤

---

(٣٢) ٢٠٠٧:

إذا كان $ص = ع^{٢} + ١$ ، $ع = ٢س - ٣$ ، فإن $\left|\frac{د ص}{د س}\right|_{س=٢} =$

أ) ٢ ب) ٤ جـ) ٥ د) ٨

القسم الثاني: الأسئلة المقالية:

(٣٣) ٢٠٢٢ الدورة الثانية:

إذا كان $ا جا\frac{\pi}{٦} س$ ، $هـ(س) = س^{٢} + ١$ وكان $(ن \circ هـ)'(١) = \frac{\pi}{٣}$ ، فما قيمة الثابت ا

---

(٣٤) ٢٠٢٢ الدورة الثانية:

إذا كان $ك(س) = ن^{٣}(س) \times هـ(س^{٣})$ وكانت $ك(١) = ٢٧$ ، $هـ(١) = ١$ ، $(ن \times هـ)'(١) = ٥$

فما قيمة $ك'(١)$

---

(٣٥) ٢٠٢٢ الدورة الاولى:

إذا كان $ن(س) = ٢س^{٢}$ ، وكان ميل المماس لمنحنى الاقتران $هـ(س)$ عند النقطة $(١، ا)$ يساوي ب وكانت $(ن \circ هـ)'(١) = (هـ \circ ن)'(١)$ بين أن $هـ'(٢) = ا \times ب$.

---

(٣٦) ٢٠٢٢ الدورة الاولى:

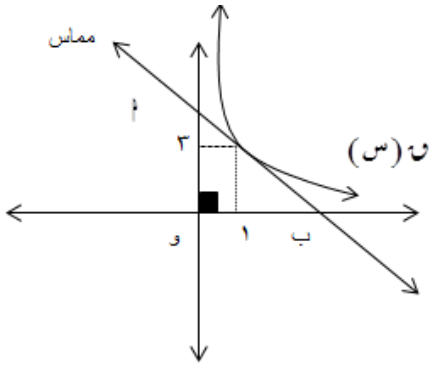
إذا كان $ص = ٣ظتاس + ظتا^{٣} س$ ، فبين أن $\frac{ص''}{ص'} = -٤ظتاس$

---

(٣٧) ٢٠٢١ الدورة الاولى:

$ن(س)$ كثير حدود بحيث $ن(٢س) = ٩س + س^{٢} - ن(س)$ ، فما قيمة $\lim_{س \to ٠} \frac{٣س - ن(س)}{س^{٢}}$

(٣٨) **٢٠٢١ الدورة الأولى :**



الشكل المجاور يمثل منحنى ق (س)

والمماس له عند س = ١ ، فإذا كان المثلث أ و ب قائم الزاوية في (و) ومتساوي الساقين ، وكان ل (س) = ق (س) − ق (س٢) ، فجد ل ′(١)

---

(٣٩) **٢٠٢١ الدورة الأولى:**

إذا كان ص = (√ع + هـ)٣ ، ع = هـ −٢س حيث هـ العدد النيبيري، جد $\frac{د ص}{د س}$ عندما س = −١

---

(٤٠) **٢٠٢١ الدورة الأولى:**

إذا كان ق (س) = س٢ قا $\frac{\pi}{س}$ ، س ≠ ٠ فاحسب ق ′(١)

---

(٤١) **٢٠٢١ الدورة الثانية :**

إذا كان ق (س) = أ جا $\left(\frac{\pi}{٤} س\right)$ ، هـ (س) = ٢ √س + ١ **وكانت** (ق ∘ هـ) ′(١) = √٢ **فما قيمة** أ

---

(٤٢) **٢٠٢١ الدورة الثانية :**

إذا علمت أن ق (س) = $\begin{cases} \frac{٣}{٢ - س} & س > ١ \\ ب س٢ + أ س - ١ & س \leq ١ \end{cases}$ قابلاً للاشتقاق على ح فجد :

١) قيم الثابتين أ، ب ٢) (ق ∘ ق) ′(٠)

---

(٤٣) **٢٠٢١ الدورة الثانية :**

إذا كان ق (س) = س٣ − ٢س ، هـ (س) = $\frac{٤}{س}$ ما قيمة (ق ′ ∘ هـ) ′(٢)

---

(٤٤) **٢٠٢١ الدورة الثالثة:**

إذا كان (١ − جتاس)٢ = ٥ص − جا٢س ، فما قيمة $\frac{د ص}{د س}$ ؟

---

(٤٥) **٢٠٢١ الدورة الثالثة:**

إذا كان ق (س) = $\begin{cases} أ س٢ + س + ٣ & ، \quad ٠ \leq س \leq ٢ \\ ب - ٣س & ، \quad ٢ < س \leq ٣ \end{cases}$ قابلا للاشتقاق عند س = ٢ وكان :

هـ (س) = $\frac{٣}{٥ - س}$ ، فما قيمة (ق ∘ هـ) ′(٢) ؟

٤٦) **٢٠٢١ الدورة الثالثة:**

إذا كانت معادلة المماس لمنحنى الاقتران $ن(س)$ عند س = ٦ هي ٢ص = س − ٢ ومعادلة العمودي على المماس لمنحنى الاقتران $هـ(س)$ عند س = ٢ هي ص = −٣س + ٨ ، فما قيمة $(هـ \circ ن)'(٦)$

---

٤٧) **٢٠٢٠الدورة الثانية**

إذا كان ص = ٤ ظا^{٢} ن ، ن = س × جـ ، جـ ≠ ٠ حيث جـ ثابت وكان $\frac{ص}{س} = \frac{\pi^{٢} - ٢}{٦}$ عندما ن = $\frac{\pi}{٤}$

أوجد قيمة الثابت جـ ؟

---

٤٨) **٢٠٢٠الدورة الثانية**

إذا كان جا^{٢} $(ن(٢س)) = \frac{٣}{س} + \frac{١}{٢}$ حيث س ≠ ٠ وكان $ن(٦) = \frac{\pi}{٣}$ ، أوجد $ن'(٦)$

---

٤٩) **٢٠٢٠ الدورة الثالثة:**

أوجد معاملة المماس المرسوم لمنحنى الاقتران $ن(س) = هـ^{جا٢س} + لـو_{هـ}(١ + جاس)$ عندما س = صفر

---

٥٠) **٢٠١٨:**

إذا كان ص = أ جا٢س − ب جتا٢س أثبت أن $\left(ص'\right)^{٢} + ٤ص^{٢} = ٤أ^{٢} + ٤ب^{٢}$

---

٥١) **٢٠١٧:**

إذا كان س = ع^{١٠} ، ص^{٢} = ع + ١ فأثبت أن $٢٠ س ص \frac{ص}{س} = ص^{٢} - ١$

---

٥٢) **٢٠١٧**

إذا كان ن(س) = ٢س^{٢} + بس وكان $(ن \circ ن^{-})(١) = ٢٤$ ، فما قيمة ب

---

٥٣) **٢٠١٦:**

إذا كان المماس لمنحنى الاقتران $ن(س) = \left(س + \frac{٢}{س}\right)^{٣}$ عند س = ٢ يمر بالنقطة (٠، أ) فاحسب قيمة أ

---

٥٤) **٢٠١٦:**

إذا كان $ن(٢س^{٢} - ١) = \sqrt[٣]{(س + ٦)^{٤}}$ ، س > ٠ فاحسب $\lim_{هـ \to ٠} \frac{ن(٧ + هـ) - ن(٧)}{٦هـ}$

---

٥٥) **٢٠١٤:**

إذا كان ن(س) = س^{٣} + ٢ ، هـ(س) = س^{٢} + ٣ ، جد $(ن \circ هـ)''(٢)$

---

٥٦) ٢٠١٥ :

إذا كانت $\sqrt{ص} = \frac{ص}{س - ١}$ ، أثبت أن $ص'' ص = ص'(س - ١)$

---

٥٧) ٢٠١١ :

إذا كانت $ص = \sqrt{ع + ١٣}$ ، $٣ع = ٤س^{٢}$ جد $\frac{د ص}{د س}$ عند $س = ٣$

---

٥٨) ٢٠١٠:

إذا كانت $ص = (ع^{-٣} - ٢ع)^{٣}$ ، $ع س = ١$ جد $\frac{د ص}{د س}$ عند $س = ١$

---

٥٩) ٢٠١٠ إكمال:

إذا كانت $ص = ع^{٣} + ع^{٢} - ٦$ ، $ع = س^{٢} - ٣$ ، $س > ١$ جد $\frac{د ص}{د س}$ عند ع = ١

---

٦٠) ٢٠٠٩ إكمال:

إذا كانت $ص = ع^{-٣} - ١$ ، $ع = (س + ١)^{٣}$ جد $\frac{د ص}{د س}$ عند ص = صفر

---

٦١) ٢٠٠٨ إكمال:

إذا كان $ن(س) = ل(س^{٢} + ١)$ ، $ل'(٥) = ١$ ، $ل(٥) = ٣$ جد معادلة المماس لمنحنى $ن(س)$ عندما $س = ٢$

---

٦٢) ٢٠٠٧ :

إذا كان $ل(س) = س \times هـ(س^{٢} - ٣س + ٣)$ فأوجد $ل'(٣)$ علما بأن $هـ(٣) = ٤$ ، $هـ'(٣) = ١$

---

٦٣) ٢٠٠٧ دراسات:

إذا كان $ن(س) = س^{٣} + ٢س + ٥$ ، $هـ(س) = س^{٢} + ١$ فأوجد $(ن \circ هـ)'(س)$

الدرس السابع: الاشتقاق الضمني

القسم الأول: أسئلة الاختيار من متعدد:

١) **٢٠٢٢ الدورة الأولى:** إذا كان جاس = هـ^ص، فما قيمة $\frac{د^{٢}ص}{دس^{٢}}$ ؟

أ) −قتا^٢س　　ب) قتا^٢س　　جـ) − قتاس ظتاس　　د) قا^٢س

---

٢) **٢٠٢١ الدورة الأولى:** إذا كان لـو_هـ ص = ٢ + لـو_هـ س حيث س، ص > ٠ فما قيمة $\frac{د^{٢}ص}{دس^{٢}}$ ؟

أ) هـ^٢　　ب) ٢هـ　　جـ) هـ　　د) صفر

---

٣) **٢٠٢١ الدورة الثانية:** إذا كان س^٢ + ص^٢ = ١ ، فما قيمة $\frac{دص}{دس}$ ؟

أ) − س　　ب) $\frac{-س}{ص}$　　جـ) $\frac{١}{ص}$　　د) $\frac{-ص}{س}$

---

٤) **٢٠٢١ الدورة الثالثة:**

إذا كان ص = $\sqrt{٣س + ٤}$، س = ٢ع^٢ − ١ ، فما قيمة $\frac{دص}{دع}$ عندما ع = ٢ ؟

أ) $\frac{٤}{٥}$　　ب) $\frac{٨}{٥}$　　جـ) $\frac{١٢}{٥}$　　د) $\frac{٢٤}{٥}$

---

٥) **٢٠٢٠ الدورة الأولى:**

إذا كان س^٢ − س ص + ص^٢ = ٣، فما قيمة $\frac{دص}{دس}$ عند النقطة (١، −١)

أ) −٢　　ب) −١　　جـ) ١　　د) ٢

---

٦) **٢٠٢٠ الدورة الثانية:** إذا كان س^٢ ص^٣ = ٤س^٢ + ٤ ، فما قيمة $\frac{دص}{دس}|_{س=١}$

أ) $\frac{-٢}{٣}$　　ب) $\frac{١}{٣}$　　جـ) $\frac{٢}{٣}$　　د) صفر

---

٧) **٢٠٢٠:**

إذا كان هـ^{جا٣ص} = ٢ص + س + ١، فما قيمة $\frac{دص}{دس}$ عند النقطة (٠، ٠) ؟

أ) − ١　　ب) ١　　جـ) صفر　　د) ٢

---

٨) **٢٠٢٠ الدورة الثالثة:** تحرك جسم وفق العلاقة ع = ٦ $\sqrt{ف}$ حيث ف ، ع هما الإزاحة والسرعة على الترتيب ، فما تسارع هذا الجسيم؟

أ) ٦　　ب) ١٢　　جـ) ١٨　　د) ٣٦

٩) ٢٠١٩: إذا كانت س = ظا ص فإن $\frac{د ص}{د س}$ = ؟

أ) قا^{٢}ص　　ب) جتا^{٢}ص　　جـ) قاص ظاص　　د) جا^{٢}ص

---

١٠) ٢٠١٩: إذا علمت ص = ع^{٢} ، ع = جاس + جتاس، فما قيمة $\frac{د ص}{د س}$ ؟

أ) ٢جتا٢س　　ب) ٢جا٢س　　جـ) −٢جتا٢س　　د) صفر

---

١١) ٢٠١٩ الدورة الثانية: إذا كانت س = جاص، ص ∈ $\left[٠، \frac{\pi}{٢}\right[$ فما قيمة $\frac{د ص}{د س}$ ؟

أ) $\frac{س}{\sqrt{١ - س^{٢}}}$　　ب) $\frac{١}{\sqrt{١ - س^{٢}}}$　　جـ) $\frac{- س}{\sqrt{١ - س^{٢}}}$　　د) $\frac{- ١}{\sqrt{١ - س^{٢}}}$

---

١٢) ٢٠١٨: إذا كان $س^{\frac{٢}{٣}} + ص^{\frac{٢}{٣}} = ١$ ، فإن $\frac{د ص}{د س}$ ؟

أ) $\frac{١}{٣}\left(\frac{ص}{س}\right)$　　ب) $- \frac{١}{٣}\left(\frac{ص}{س}\right)$　　جـ) $\frac{٢}{٣}\left(\frac{ص}{س}\right)^{\frac{- ١}{٣}}$　　د) $- \frac{٢}{٣}\left(\frac{ص}{س}\right)^{\frac{- ١}{٣}}$

---

١٣) ٢٠١٨ الدورة الثانية :

يتحرك جسم في خط مستقيم وفق العلاقة ع = أ$\sqrt{ف}$ ، حيث ع سرعة الجسيم ، ف المسافة المقطوعة فإذا كان تسارعه يساوي ٨م/ ث^{٢} ، فإن القيمة الموجبة للثابت أ هي:

أ) $\frac{١}{١٦}$　　ب) $\frac{١}{٨}$　　جـ) $\frac{١}{٤}$　　د) $\frac{١}{٢}$

---

١٤) ٢٠١٨ الدورة الثالثة :

إذا كان ن^{٣} (س) = ٢ ا س ، ن (٣) = $\frac{١}{٢}$ ، فإن ن′ (٣) =

أ) ٨　　ب) ٩　　جـ) ١٢　　د) ١٦

---

١٥) ٢٠١٧ الدورة الثانية : إذا كان س = جتاص ، فإن ص″ تساوى

أ) −قتا^{٢}ص ظتاص　　ب) −قتاص ظتاص

جـ) −قتاص ظتا^{٢}ص　　د) قتا^{٢}ص ظتاص

القسم الثاني: الأسئلة المقالية:

١٦) **٢٠٢٢ الدورة الثانية**

إذا كان $ص^{٣}+٥=ن(٤س-س^{٢})$ وكان $ن'(٣)=٢ن(٣)=-٦$ ، فما قيمة $\frac{د ص}{د س}$ عند $س=١$

---

١٧) **٢٠٢٢ الدورة الاولى:** إذا كان $هـ^{س} \times هـ^{ص}=ص+١$ ، فبين أن $ص ص' = -هـ^{س+ص}$

---

١٨) **٢٠٢١ الدورة الثانية:** إذا كان $ص+س ص=جتاس$ ، بين أن $ص''+ص=\frac{-٢ص'}{س+١}$

---

١٩) **٢٠٢١ الدورة الثانية:**

بين أن المماس لمنحنى العلاقة $س^{٢}=لـو_{هـ} س^{٢}ص$ ، $س ، ص > ٠$ عندما $س=١$ يكون أفقياً

---

٢٠) **٢٠٢١ الدورة الثانية:**

يتحرك جسيم في خط مستقيم بحيث $ع^{٢}=١+٨\sqrt{ف+ن}$ حيث ف المسافة بالأمتار ، فجد تسارع الجسم عندما تكون سرعته ٥ م/ ث

---

٢١) **٢٠٢١ الدورة الثالثة:** إذا كان $هـ^{س}=لـو_{هـ} ص$ ، أثبت أن $ص ص'' = ص ص' + (ص')^{٢}$

---

٢٢) **٢٠٢١ الدورة الثالثة:**

إذا كانت العلاقة $\frac{١}{٢}ع^{٣}+\frac{٩}{ف}=٧$ تربط إزاحة الجسم (بالأمتار) مع سرعته (بالمتر / دقيقة) ، فما تسارع الجسم عندما يكون قد قطع ٣ أمتار.؟

---

٢٣) **٢٠٢٠ الدورة الاولى:** إذا كان $(س+ص)^{٥}=س^{٢}ص^{٣}$ ، أثبت أن $ص'=\frac{ص}{س}$

---

٢٤) **٢٠٢٠ الدورة الثانية:** إذا كان $ص=\frac{جاس}{س}$ ، $س \neq ٠$ ، أثبت أن $ص''+\frac{٢}{س}ص'+ص=٠$

---

٢٥) **٢٠٢٠ الدورة الثالثة:** أوجد $\frac{د ص}{د س}$ لكل مما يلي إزاء النقطة المحددة لكل منها :

١) $ص=ع^{٢}-٢ع$ ، $ع=٤+ظا٢س$ عندما س = صفر

٢) $\sqrt{س}+\sqrt{ص}=٣$ عند النقطة $(٤ ، ١)$

---

٢٦) **٢٠١٨ الدورة الثالثة :** إذا كان $س=جتاص$ ، أثبت أن $(س^{٢}-١)ص''+س ص'=٠$

---

٢٧) **٢٠١٨ الدورة الثالثة :** إذا كان $ص-س ص=جاس$ ، أثبت أن $ص''+ص=\frac{٢ص'}{س-١}$

(٢٨) ٢٠١٦ إكمال : إذا كان ص^{٦} س^{٣} = ١٠ ، فبين أن ص" = $\frac{٣ص}{٤س^{٢}}$

---

(٢٩) ٢٠١٥

إذا كان $\left(\frac{س}{أ}\right)^{ن} = \left(\frac{ص}{ب}\right)^{م}$ حيث أ، ب أعداد حقيقية لا تساوي صفر، م، ن أعداد صحيحة موجبة غير متساوية ، أثبت أن: $\frac{ع ص}{ع س} = \frac{ن}{م}\left(\frac{ص}{س}\right)$

---

(٣٠) ٢٠١٤ إكمال :

أوجد معادلة المماس والعمودي على المماس لمنحنى القطع الذي معادلته ٢س^{٢} − ٣ص^{٢} = ٥ عند النقطة (٢، −١)

---

(٣١) ٢٠١٣:

إذا كانت ص ع = ١ ، س + ص^{٢} = ٢ ، جد $\frac{ع ع}{ع س}$ عندما س = ١

---

(٣٢) ٢٠١٢:

إذا كانت ل = ص^{٢} + ٤ص − ٥ ، ص + س ص = ٦ جد $\frac{ع ل}{ع س}$ عندما ص = ٢

---

(٣٣) ٢٠١١:

إذا كانت ص^{٢} = $\frac{٥}{س^{٢}+١}$ ، أثبت أن س ص^{٣} + ٥ص = ٠

---

(٣٤) ٢٠١٠:

جد معادلة المماس المرسوم لمنحنى العلاقة (س − ص)^{٢} + ٢س − ص = ٦

عند نقطة / نقاط تقاطع منحناها مع المستقيم ص − س + ١ = ٠

---

(٣٥) ٢٠٠٩ :

إذا كانت ص^{٢} + ٣س ص = ١٨ ، ع = ٥ص − ص^{٢} + ٨ جد $\frac{ع ع}{ع س}$ عندما ص = ٦

---

(٣٦) ٢٠٠٨:

إذا كانت ع = ٥ص − ص^{٢} + ٨ ، ص^{٢} = س ص + ٢ جد $\frac{ع ع}{ع س}$ عند س = −١، ص = ١

٣٧) ٢٠٠٨ إكمال: جد $\frac{د ص}{د س}$ إذا كان

١) $س^{٢} + ٢ص^{٢} = ٦$

٢) $ص = ل^{٣} - ٤ل + ٢ ، ل = س^{٢} - ٤س$

---

٣٨) ٢٠٠٧إكمال:

إذا كان $(س + ص)^{٥} = س^{٢} ص^{٣} + ٣١$ فأوجد $\frac{د ص}{د س}$ عند النقطة(١، ١)

---

٣٩) ٢٠٠٧ دراسات :

إذا كان $٢س + ص = جاس ص$ ، أوجد $\frac{د ص}{د س}$

الوحدة الثانية

تطبيقات التفاضل

محتويات الوحدة الثانية تطبيقات التفاضل

الوحدة	رقم الدرس	موضوع الدرس	الصفحة	
			الأسئلة	الإجابات
الوحدة الثانية تطبيقات التفاضل	٢-١	نظريتا رول والمتوسطة	٥٩	٢١٣
	٢-٢	الاقترانات المتزايدة والمتناقصة	٦٧	٢١٣
	٢-٣	القيم القصوى	٧١	٢١٤
	٢-٤	التقعر ونقط الانعطاف	٧٨	٢١٦
	٢-٥	تطبيقات عملية على القيم القصوى	٩٣	٢١٩

الدرس الأول: نظريتا رول والقيمة المتوسطة

القسم الأول : أسئلة الاختيار من متعدد :

١) **٢٠٢٢ الدورة الأولى:** ما قيمة جـ التي نحصل عليها من تطبيق نظرية رول على الاقتران ق(س) = $\sqrt{٦س - س^{٢}}$ في الفترة [٠،٦]؟

أ) ٣ ب) ٤ جـ) ٢ د) ١

---

٢) **٢٠٢٠ الدورة الأولى:**

إذا علمت أن الاقتران ق(س) = $\frac{(س^{٢} - ٥س + ٦)(س + ك)}{(س - ٣)}$ ، س ≠ ٣ يحقق شروط نظرية رول في الفترة المغلقة [أ ، ب] ، وكانت القيمة التي تحددها النظرية هي جـ = ٠ فما قيمة الثابت ك ؟

أ) ١ ب) -١ جـ) ٢ د) -٢

---

٣) **٢٠٢٠ الدورة الثانية:**

ما قيمة جـ التي تحددها نظرية القيمة المتوسطة على الاقتران ق(س) = $س^{٢} + س - ٦$

في الفترة [-١،٢] ؟

أ) $\frac{٢}{٥}$ ب) $\frac{-٣}{٢}$ جـ) $\frac{١}{٢}$ د) $\frac{-١}{٢}$

---

٤) **٢٠١٩ الدورة الأولى:**

ما مجموعة قيم جـ التي تحددها نظرية رول على الاقتران ق(س) = ٩ في الفترة [٠،٢] ؟

أ) ∅ ب) {٠} جـ)]٠،٢[د) [٠،٢]

---

٥) **٢٠١٩ الدورة الثانية:**

إذا كان ق(س) = $س^{٢} + ٤س$ يحقق شروط القيمة المتوسطة في [١،ب] وكانت قيمة جـ التي تحددها النظرية تساوى $\frac{٥}{٢}$ فما قيمة ب ؟

أ) ٤ ب) ٥ جـ) ٦ د) ٩

٦) **٢٠١٨ الدورة الأولى:** قيمة جـ التي تحددها نظرية رول على الاقتران $ق(س) = جاس + جتاس$ في الفترة $\left[\frac{\pi}{٢} ، ٠ \right]$ هي ؟

أ) صفر　　ب) $\frac{\pi}{٦}$　　جـ) $\frac{\pi}{٣}$　　د) $\frac{\pi}{٤}$

---

٧) **٢٠١٨ الدورة الثانية:** قيمة جـ التي تحددها نظرية رول للاقتران $ق(س) = س^{٢} + س - ٦$ في الفترة $[-٣، ٢]$ هي ؟

أ) $\frac{٣}{٢}$　　ب) $\frac{١}{٢}$　　جـ) $\frac{-١}{٢}$　　د) $\frac{-٣}{٢}$

---

٨) **٢٠١٨ الدورة الثالثة:** قيمة جـ التي تحددها نظرية القيمة المتوسطة على الاقتران $ق(س) = س^{٢} + ٤س$ في الفترة $[١، ٤]$ هي

أ) $\frac{٥}{٢}$　　ب) $\frac{٣}{٢}$　　جـ) $\frac{٧}{٢}$　　د) ٣

---

٩) **٢٠١٧ :**

قيمة جـ التي تحددها نظرية رول للاقتران $ق(س) = ١٢ س^{٢} - ٢س^{٣}$ في الفترة $[٠، ٦]$ هي ؟

أ) صفر　　ب) ٤　　جـ) ٣　　د) ٥

---

١٠) **٢٠١٧:**

قيمة جـ التي تحددها نظرية رول للاقتران $ق(س) = |س^{٢} - ٢س + ١|$ في الفترة $[٠، ٢]$ هي

أ) $\frac{١}{٢}$　　ب) ١　　جـ) $\frac{٣}{٢}$　　د) $\frac{٥}{٤}$

---

١١) **٢٠١٦:**

إذا كان $ق(س) = ٣\sqrt{س} - س$ يحقق نظرية رول في $[١، ٤]$ فإن قيمة جـ التي تحددها النظرية هي؟

أ) $\frac{٣}{٢}$　　ب) $\frac{٧}{٤}$　　جـ) $\frac{٩}{٤}$　　د) ٢

---

١٢) **٢٠١٥:** إذا كان $ق(س) = س^{٢} - ٣س - ١$ يحقق شروط نظرية رول على الفترة $[-١، ا]$ ، فإن قيمة الثابت أ تساوي ؟

أ) ١　　ب) ٢　　جـ) ٣　　د) ٤

١٣) ٢٠١٥ الإكمال :

إذا كان ق(س) يحقق شروط نظرية رول على [أ،ب] فإن العبارة الصحيحة دائماً ؟

أ) ق(أ) × ق(ب) < ٠

ب) يوجد على الأقل جـ ∈]أ،ب[بحيث ق(جـ) = ٠

جـ) يوجد على الأقل جـ ∈]أ،ب[بحيث يكون المماس عندها أفقياً

د) ق(س) يحقق شروط رول على أي فترة جزئية من [أ،ب]

---

١٤) ٢٠١٢ : مجموعة جميع قيم جـ التي يمكن الحصول عليها من تطبيق نظرية رول على الاقتران ق(س) = ٨ في الفترة [١،٠] هي ؟

أ) { } ب) {٠} جـ)]١،٠[د) [١،٠]

---

١٥) ٢٠٠٨ : قيمة جـ التي تحددها نظرية القيمة المتوسطة للاقتران ق(س) = س^{٢} + س − ٦ في الفترة [−٢،١] هي

أ) $\frac{-١}{٢}$ ب) $\frac{١}{٢}$ جـ) $\frac{٣}{٢}$ د) $\frac{-٥}{٢}$

---

١٦) ٢٠٠٧+٢٠١١: قيمة جـ التي تحددها نظرية رول على الاقتران ق(س) = جاس+جتاس في الفترة $\left[٠، \frac{\pi}{٢}\right]$ هي؟

أ) صفر ب) $\frac{\pi}{٦}$ جـ) $\frac{\pi}{٤}$ د) $\frac{\pi}{٣}$

---

١٧) ٢٠٠٧ الإكمال:

ليكن ق(س) اقتران كثير حدود من الدرجة الثانية وكان ق(أ) = ق(−أ) فإنه يوجد على الأقل جـ ∈]−أ،أ[بحيث

أ) ق`(جـ) = ٠ ب) جـ نقطة انعطاف جـ) ق(جـ) = ٠ د) غير ذلك

القسم الثاني : الأسئلة المقالية

١٨) **٢٠٢٢ الدورة الاولى:**

إذا كان $ن(س) = \begin{cases} أ\,س^{٢} - ٢س - ٢ & ، \ -١ \leq س < ١ \\ س^{٢} + ب س - ٤ & ، \ ١ \leq س \leq ٣ \end{cases}$ يحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة في الفترة $[-١، ٣]$ جد قيم الثابتين أ، ب ثم جد قيمة/ قيم جـ التي تحددها النظرية.

---

١٩) **٢٠٢٢ الدورة الثانية:**

إذا كان $ن(س) = \begin{cases} |٢س - ٦| & ، \ ١ \leq س \leq ٢ \\ س^{٢} - ٦س + ١٠ & ، \ ٢ < س \leq ٤ \end{cases}$ ابحث في تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة للاقتران $ن(س)$ على الفترة $[١، ٤]$ ثم أوجد قيمة / قيم جـ التي تحددها النظرية إن وجدت.

---

٢٠) **٢٠٢٠ الدورة الأولى:**

إذا كان $ن(س)$ معرف على الفترة $[٠، ٢]$ حيث $ن(س) = \begin{cases} \frac{٣ - س}{٢} & ، \ س < ١ \\ \frac{١}{س} & ، \ ١ \leq س \end{cases}$ ابحث في تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة للاقتران $ن(س)$ على الفترة $[٠، ٢]$ ثم أوجد قيمة / قيم جـ التي تحددها النظرية إن وجدت

---

٢١) **٢٠٢٠الدورة الثانية:** إذا كان $ن(س)$ كثير حدود، وكان المستقيم $ص = ٤س - ٣$ يمس منحنى $ن(س)$ عند $(١، ن(١))$ والمستقيم $٣ص - ٢ا س = ١٨$ يمس منحنى $ن(س)$ عند $(٣، ن(٣))$ باستخدام نظرية رول ، أثبت أنه يوجد $جـ \in]١، ٣[$ بحيث $ن''(جـ) = ٠$

---

٢٢) **٢٠٢٠ الدورة الثانية:**

إذا كان $ن(س) = \begin{cases} أ\,س^{٢} + ٢س & ، \ ٠ \leq س \leq ٢ \\ س^{٣} - ب س + ١٢ & ، \ ٢ < س \leq ٣ \end{cases}$ يحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة في الفترة $[٠، ٣]$ أوجد قيمة الثابتين أ ، ب

---

٢٣) **٢٠١٩ الدورة الاولى:**

إذا كان الاقتران $ن(س) = \frac{١}{س}$ ، $س \in [٤، ٩]$ فما قيم جـ التي تعينها النظرية المتوسطة على $ن(س)$

٢٤) **٢٠١٩ الدورة الثانية:**

إذا كان الاقتران $ن(س) = \begin{cases} س^{٢} + ١ & ، \quad -٣ \leq س < ١ \\ ٢س & ، \quad ١ \leq س \leq ٥ \end{cases}$

١. بين أن $ن(س)$ يحقق شروط رول على $[-٣، ٥]$.

٢. أوجد قيمة / قيم جـ التي تعينها النظرية.

---

٢٥) **٢٠١٨ الدورة الأولى:**

إذا كان $ن(س) = \begin{cases} -س^{٢} + ٣س + أ & ، \quad ٠ \leq س \leq ١ \\ ب س + ٤ & ، \quad ١ < س \leq ٢ \end{cases}$ يحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة في الفترة $[٠، ٢]$ فجد قيمة كل من أ ، ب ، ثم جد قيمة جـ التى تعينها النظرية .

---

٢٦) **٢٠١٨ الدورة الثانية:**

إذا كان $ن(س) = ٢\sqrt{س} - ٢س$ ابحث في تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة للاقتران $ن(س)$ على الفترة $[١، ٤]$ ، ثم جد قيمة جـ التى تعينها النظرية .

---

٢٧) **٢٠١٨ الدورة الثالثة:** $ن، ك$ اقترانان كل منهما يحقق شروط نظرية رول على الفترة $[أ، ب]$ أثبت أن $(ن \circ ك)(س)$ يحقق شروط هذه النظرية على الفترة $[أ، ب]$

---

٢٨) **٢٠١٧:**

إذا كان $ن(س) = \begin{cases} -س^{٢} + ٣س & ، \quad ٠ \leq س < ١ \\ أ س + ب & ، \quad ١ \leq س \leq ٢ \end{cases}$ يحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة في الفترة $[٠، ٢]$ فجد قيمة كل من أ ، ب

---

٢٩) **٢٠١٦ :**

إذا كان $ن(س) = \begin{cases} أس - ٣ & ، \quad ٠ \leq س \leq ١ \\ ب س^{٢} + ١ & ، \quad ١ < س \leq ٢ \end{cases}$ يحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على $[٠، ٣]$ فجد قيمتي أ ، ب

---

٣٠) **٢٠١٥:**

إذا كان $ن(س) = \begin{cases} أس^{٢} + ٢س & ، ٠ \leq س \leq ٢ \\ س^{٣} - بس + ١٢ & ، ٢ < س \leq ٣ \end{cases}$ يحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة في الفترة [٠،٣] فجد قيمة كل من أ ، ب ، ثم جد قيمة جـ التي تعينها النظرية .

---

٣١) **٢٠١٥ الإكمال:**

إذا كان $ن(س) = \begin{cases} ٢س - ٣ & ، ١ \leq س \leq ٢ \\ ٦س - س^{٢} - ٧ & ، ٢ < س \leq ٣ \end{cases}$ ابحث في تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على الفترة [١،٣] ثم جد قيمة / قيم جـ التي تعينها النظرية (إن وجدت).

---

٣٢) **٢٠١٤:**

بين أن الاقتران $ن(س) = \begin{cases} س^{٢} + ٢س & ، ١ \leq س \leq ٢ \\ س^{٣} - ٦س + ١٢ & ، ٢ < س \leq ٣ \end{cases}$ يحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على الفترة [١،٣] ، ثم جد قيمة جـ التي تحصل عليها من تطبيق النظرية

---

٣٣) **٢٠١٤:**

إذا كان الاقتران $ن(س) = \begin{cases} جـ + [\![\frac{١}{٣}س]\!] & ، ١ \leq س < ٣ \\ س^{٢} - أ س & ، ٣ \leq س \leq ب \end{cases}$

يحقق شروط نظرية رول أوجد الثوابت أ، ب ،جـ

---

٣٤) **٢٠١٤ الإكمال:**

جد الثوابت أ ، ب ، جـ التي تجعل الاقتران $ن(س) = \begin{cases} |س^{٢} - س - ٦| & ، ٠ \leq س < ١ \\ أ س + ب & ، ١ \leq س < ٢ \\ جـ & ، س = ٢ \end{cases}$

يحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على الفترة [٠،٢]

---

٣٥) **٢٠١٤ الإكمال (الضفة):**

بين أن الاقتران $ن(س) = \frac{س^{٦} + ١}{س^{٣}}$ يحقق شروط نظرية رول على الفترة $[١، ٢\frac{١}{٢}]$ ثم جد قيمة / قيم جـ التي تعينها النظرية.

---

(٣٦) **٢٠١٣:**

إذا كان $ن(س) = \begin{cases} أ\ س - ٣ & ، \quad س > ٤ \\ -س^{٢} + ١٠س - ب & ، \quad س \leq ٤ \end{cases}$ يحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة في الفترة $[٢،٦]$ فجد قيمة كل من أ ، ب ثم جد قيمة / قيم جـ التي تحددها النظرية

---

(٣٧) **٢٠١٣ الإكمال :**

إذا كان $ن(س) = \begin{cases} س^{٢} + س + ١ & ، \quad س \geq ١ \\ ٣س & ، \quad س < ١ \end{cases}$ متصلاً على $\left[-٣، \frac{٧}{٣}\right]$ بين أن $ن(س)$ يحقق باقي شروط نظرية رول على $\left[-٣، \frac{٧}{٣}\right]$ ، ثم جد قيم جـ التي تحددها النظرية

---

(٣٨) **٢٠١٢:**

بين أن الاقتران $ن(س) = ٢س^{٢} + ٣س + ١$ يحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة في $[١،٤]$ ثم جد قيمة / قيم جـ التي تحددها النظرية

---

(٣٩) **٢٠١٢ الإكمال:**

إذا كان $ن(س) = \begin{cases} س^{٣} - ١س & ، \quad ٠ \leq س < ١ \\ بس^{٢} - ٤س & ، \quad ١ \leq س \leq ٢ \end{cases}$

يحقق شروط نظرية رول على $[٠،٢]$ جد قيمتي الثابتين أ ، ب ثم جد قيمة / قيم جـ التي تحددها النظرية

---

(٤٠) **٢٠١١:**

بين أن الاقتران $ن(س) = \begin{cases} ٣ - س^{٢} & ، \quad -١ \leq س < ١ \\ س^{٢} - ٤س + ٥ & ، \quad ١ \leq س \leq ٢ \end{cases}$

يحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة في الفترة $[-١،٢]$ ، ثم جد قيمة / قيم جـ التي تعينها النظرية

---

(٤١) **٢٠١١ الإكمال :**

$ن، ك$ اقترانان كل منهما يحقق شروط نظرية رول على الفترة $[أ،ب]$ ابحث هل يحقق حاصل الضرب $(ن \times ك)$ شروط هذه النظرية على الفترة $[أ،ب]$

---

٤٢) **٢٠١٠:**

إذا كان $ق(س) = \begin{cases} ٣س^{٢} - ٢س - ٢ & ، \quad -١ \leq س < ١ \\ س^{٢} + ٢س - ٤ & ، \quad ١ \leq س \leq ٣ \end{cases}$ ابحث في تحقق نظرية القيمة المتوسطة للاقتران ق(س) في [−١، ٣] ثم جد قيمة / قيم جـ التي تعينها النظرية .

---

٤٣) **٢٠٠٩:**

إذا كان الاقتران $ق(س) = \begin{cases} أ - س^{٢} & ، \quad -٢ \leq س \leq ١ \\ ٦ - بس & ، \quad ١ < س \leq ٢ \end{cases}$ يحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على [−٢، ٢] ، جد الثابتين أ ، ب ثم جد قيمة جـ التي تعينها النظرية

---

٤٤) **٢٠٠٩ الإكمال:**

بين أن الاقتران $ق(س) = س + \frac{١}{س}$ يحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على الفترة $\left[\frac{١}{٢} ، ٢ \right]$ ثم جد قيمة / قيم جـ التي تعينها النظرية

---

٤٥) **٢٠٠٨ الإكمال :**

بين أن الاقتران $هـ(س) = س^{٢} + \frac{١}{س^{٢}}$ يحقق شروط نظرية رول على الفترة $\left[\frac{١}{٢} ، ٢ \right]$ ثم جد قيمة/ قيم جـ التي تعينها النظرية.

---

٤٦) **٢٠٠٧:**

بين فيما إذا كان الاقتران $ق(س) = \begin{cases} س^{٣} - ٢ & ، \quad س \geq ١ \\ ٣س - ٤ & ، \quad س < ١ \end{cases}$ يحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على [−١، ٣] ، ثم أوجد جـ التي تعينها النظرية

الدرس الثاني: الاقترانات المتزايدة والمتناقصة

القسم الأول : أسئلة الاختيار من متعدد :

١) **٢٠٢٢ الدورة الأولى:**

إذا كان $ن'(س) = (س^{٣} - ٨)^{٤} (س - ٣)^{٥}$ فما الفترة التي يكون فيها منحنى الاقتران ن(س) متزايداً

أ) $[٢، \infty[$ ب) $]-\infty، ٣]$ جـ) $[٢، ٣]$ د) $[٣، \infty[$

---

٢) **٢٠٢١ الدورة الأولى:**

إذا كان $ن(س) = هـ^{س} - هـ^{-س}$ ما العبارة الصحيحة للاقتران ن(س) ؟

أ)متزايد في ح ب)متناقص في ح

جـ)متزايد في $[٠، \infty[$ ومتناقص $]-\infty، ٠]$ د) متناقص في $[٠، \infty[$ ومتزايد في $]-\infty، ٠]$

---

٣) **٢٠٢٠ الدورة الأولى:**

إذا كان $ن(س) = \frac{س}{س + ١}، س \neq -١$ فما العبارة الصحيحة مما يأتي ؟

أ) ن(س) متزايد على ح ب) ن(س) متزايد على $]-\infty، -١[$ وعلى $]-١، \infty[$

جـ) ن(س) متناقص على ح د) ن(س) متناقص على $]-\infty، -١[$ وعلى $]-١، \infty[$

---

٤) **٢٠٢٠ الدورة الثانية:**

ليكن ن(س)، هـ(س) اقترانين سالبين وقابلين للاشتقاق ومتناقصين على ح، وكان $ل(س) = (ن \circ هـ(س))^{٢}$، فأي العبارات الآتية صحيحة على الاقتران ل(س)

أ) ل(س) متناقص على ح ب) ل(س) متزايد على ح

جـ) $ل'(س) \leq ٠$ د) ل(س) اقتران ثابت

---

٥) **٢٠١٩ الدورة الأولى:**

ما قيمة / قيم الثابت أ التي تجعل الاقتران $ن(س) = (١٣ - ٦)س + ٧$ متزايد على ح

أ) $أ < ٢$ ب) $أ = ٢$ جـ) $أ > ٢$ د) $أ = -٢$

٦) **٢٠١٩ الدورة الثانية:**

إذا كان $ن(س) = لو_{هـ}$ جاس، $س \in \left[\frac{\pi}{٤}، \pi\right]$ ، ما الفترة التي يكون فيها $ن(س)$ متزايد ؟

أ) $\left[\frac{\pi}{٤}، \frac{\pi}{٢}\right]$ ب) $\left[\frac{\pi}{٤}، \pi\right]$ جـ) $\left[\frac{\pi}{٢}، \pi\right]$ د) $\left[\frac{\pi}{٤}، \frac{\pi ٢}{٣}\right]$

---

٧) **٢٠١٨ الدورة الأولى:**

إذا كان $ن(س)$ متصلا على الفترة $[أ، ب]$ ، وقابلا للاشتقاق على الفترة $]أ، ب[$ وكانت جميع مماسات لمنحنى $ن(س)$ في $]أ، ب[$ تصنع زاوية حادة مع الاتجاه الموجب لمحور السينات ، فإن العبارة الصحيحة

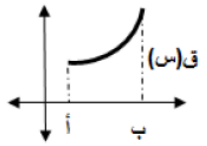
أ) $ن(س)$ متناقص في الفترة $[أ، ب]$ ب) $ن(س)$ متزايد في الفترة $[أ، ب]$

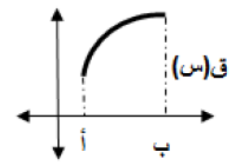
جـ) $ن'(س)$ متزايد في الفترة $[أ، ب]$ د) $ن'(س)$ متناقص في الفترة $[أ، ب]$

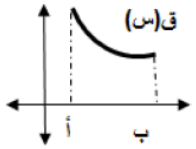
---

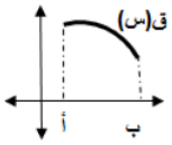
٨) **٢٠١٨ الدورة الثانية:**

منحنى الاقتران الذي يحقق الشرطين $هـ'(س) < ٠، هـ''(س) > ٠$ في الفترة $]أ، ب[$ يمثله الشكل

أ) 

ب) 

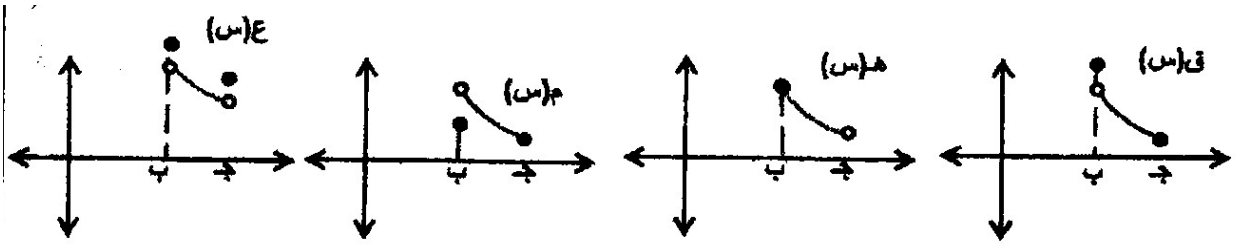
ج) 

د) 

---

٩) **٢٠١٧**

الشكل يمثل منحنيات اقترانات، المنحنى الذي يكون متناقصاً على الفترة $[ب، جـ]$ هو منحنى



أ) ق(س) ب) هـ(س) جـ) م(س) د) ع(س)

---

١٠) **٢٠١٦:**

إذا كان $هـ'(س) = (س^{٢} - ١)^{٣} (س - ٢)^{٤}$ ، فإن $ن(س)$ يكون متناقصاً على الفترة

أ) $]-\infty، -١[$ ب) $[-١، ١]$ جـ) $[١، ٢]$ د) $]٢، \infty[$

١١) ٢٠١٢:

إذا كان ن(س)، هـ(س) معرفان على ع وكان ن(س) متزايداً على ع، ن(س) ≠ صفر، بحيث أن ن(س) × هـ(س) = ٧ فإن إحدى العبارات الآتية صحيحة دائماً:

أ) هـ(س) متناقص على ع ب) هـ(س) متزايد على ع

جـ) هـ(س) ثابتاً على ع د) ن(س) > هـ(س) على ع

القسم الثاني: الأسئلة المقالية:

١٢) ٢٠٢٢ الدورة الثانية:

إذا كان ن(س) = هـ^س جتاس معرفاً في $\left[0، \frac{\pi}{2}\right]$ أوجد فترات التزايد والتناقص للاقتران ن(س)

١٣) ٢٠٢١ الدورة الاولى: إذا كان ن(س) = س^٣ − ٦س^٢ − ١٥س ، س ∈ [−٢، ٦]

جد: ١. فترات التزايد والتناقص للاقتران ن(س)

٢. القيم القصوى المحلية والمطلقة للاقتران ن(س) (إن وجدت)

١٤) ٢٠٢١ الدورة الأولى:

إذا كان ن(س) كثير حدود معرف في الفترة [١، ٣] بحيث يقع منحناه في الربع الرابع ومتزايد على مجاله، وكان هـ(س) = س^٢ − ١٠ بين أن ك(س) = (ن × هـ)(س) اقتران متزايد في الفترة [١، ٣]

١٥) ٢٠٢١ الدورة الثانية:

إذا كان ن(س) = $\sqrt[3]{س^3 - 3س^2}$ أوجد مجالات التزايد والتناقص للاقتران ن(س) ؟

١٦) ٢٠٢١ الدورة الثانية: إذا كان ن(س) = ٢س + لـو_هـ (س + ١) ، س > −١

فبين أن منحنى ن(س) يكون متزايداً في مجاله.

١٧) ٢٠٢١ الدورة الثالثة:

إذا كان ن(س) = (س^٢ − ٣) هـ^س ، س ∈ ع، فأوجد مجالات التزايد والتناقص للاقتران ن(س)

١٨) **٢٠٢١ الدورة الثالثة:**

إذا كان ن(س)، هـ(س) اقترانين قابلين للاشتقاق على ح وكان ك(س) = ن^{٢}(س) + هـ^{٢}(س) + س^{٣} + س أثبت أن الاقتران ك(س) متزايد في ح علماً بأن ن´(س) = هـ(س) ، هـ´(س) = −ن(س)

---

١٩) **٢٠٢٠ الدورة الاولى:**

إذا كان ن´(س) كثير حدود متزايد على ح ، هـ(س) = ٢س − س^{٢} ،

أثبت أن الاقتران : ل(س) = ن′(س) + هـ(س) × هـ′(س) متزايد ∀س∈[٣،٥]

---

٢٠) **٢٠١٢ :**

إذا كان ن(س) = جاس+جتاس ، س ∈ $\left[٠، \frac{\pi}{٤}\right]$

أثبت أن ن(س) متزايد على مجاله ، ومن ذلك أثبت أن جاس+جتاس ≤ ١ في تلك الفترة

---

٢١) **٢٠١٠:**

إذا كان ن(س) = جتاس − هـ(س) + ٣س س ∈ $\left[٠، \frac{\pi}{٢}\right]$

أثبت أن الاقتران (ن + هـ)(س) متزايد في تلك الفترة

---

٢٢) **٢٠٠٩:**

إذا كان الاقتران ن(س) كثير حدود معرفاً على [٢،٦] ويقع منحناه في الربع الأول ومتناقص على مجاله ، وكان هـ(س) = ٨ − س بين أن الاقتران ك(س) = (ن × هـ)(س) متناقص في [٢،٦].

---

٢٣) **٢٠٠٨:**

بين أن الاقتران ن(س) = جاس − س متناقص على الفترة $\left[٠، \frac{\pi}{٢}\right]$ ومن ذلك أثبت أن جاس ≥ س في نفس الفترة

---

٢٤) **٢٠٠٧ الإكمال :**

عين فترات التزايد والتناقص للاقتران ن(س) = |س^{٢} − ٤|

الدرس الثالث: القيم القصوى

القسم الأول : أسئلة الاختيار من متعدد :

١) **٢٠٢٢ الدورة الأولى:**

إذا كان ق(س) = هـ $^{-\text{جاس}}$ معرفاً في الفترة $[0، \pi]$، فما القيمة الصغرى المطلقة للاقتران ق(س) ؟

أ) $-$هـ　　ب) -1　　جـ) $\frac{1}{\text{هـ}}$　　د) ١

---

٢) **٢٠٢٢ الدورة الأولى:**

إذا كان ق(س) = $\frac{1}{\text{س}^2 + \text{س} + 3}$ معرفاً في الفترة $[1، 3]$ فما عدد النقاط الحرجة للاقتران ق(س)

أ) نقطة واحدة　　ب) نقطتان　　جـ) ثلاث نقاط　　د) أربع نقاط

---

٣) **٢٠٢١ الدورة الثانية:**

ما عدد النقط الحرجة للاقتران ق(س) = س $\sqrt{\text{س} - 1}$ المعرف على مجاله؟

أ) صفر　　ب) ١　　جـ) ٢　　د) ٣

---

٤) **٢٠٢١ الدورة الثانية:**

إذا كان ق(س) = س هـ $^{\text{س}}$ فماذا يكون الاقتران ق(س) ؟

أ) قيمة عظمى محلية عند س = ١　　ب) قيمة صغرى محلية عند س = ١

ج) قيمة عظمى محلية عند س = -1　　د) قيمة صغرى محلية عند س = -1

---

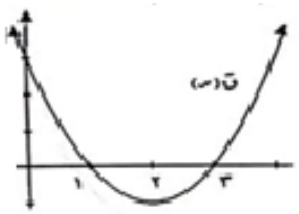
٥) **٢٠٢١ الدورة الثالثة: +٢٠١٩ الدورة الثانية: +٢٠١٨ الدورة الثالثة**

إذا كان ق(س) = $\sqrt{٤\text{س} + \text{س}^2}$ فإن قيمة / قيم س التي يكون عندها للاقتران ق(س) نقطاً حرجة هي :

أ) -2　　ب) ٠، -4　　جـ) -2، -4　　د) ٠، ٢، -4

---

٦) ٢٠٢٠ الدورة الأولى



ما قيمة / قيم س التي يكون عندها

للاقتران ق(س) قيمة صغرى محلية

أ) ١ ب) ٢ جـ) ٣ د) ١، ٣

---

٧) ٢٠٢٠ الدورة الأولى:

إذا كان ق(س) = س^{٢} − ٣٢ لـو$_{٢}$ (س)، فما عدد القيم الحرجة للاقتران ق(س) على مجاله

أ) صفر ب) ١ جـ) ٢ د) ٣

---

٨) ٢٠٢٠ الدورة الثانية:

إذا كان ق(س) = س × هـ^{س} فما قيمة/ قيم س الحرجة لمنحنى ق$'$(س) ؟

أ) −٢ ب) −١ جـ) ٠، −١ د) ٠، −٢

---

٩) ٢٠٢٠ الدورة الثانية:

إذا كان ق$'$(س) = ٦(س + ١)(س − ٢)^{٢} فإن لمنحنى الاقتران ق(س) قيمة:

أ) قيمة عظمى محلية عند س = −١ ب) قيمة صغرى محلية عند س = −١

جـ) قيمة عظمى محلية عند س=٢ د) قيمة صغرى محلية عند س=٢

---

١٠) ٢٠٢٠ الدورة الثانية: إذا كان ق(س) = $\begin{cases} س^{٢}+١ & ، \ -١ \leq س < ٣ \\ ٨ & ، \ س = ٣ \end{cases}$

فما القيمة العظمى المطلقة للاقتران ق(س) إن وجدت

أ) ٢ ب) ٨

جـ) ١٠ د) لا يوجد للاقتران قيمة عظمى مطلقة

---

١١) ٢٠٢٠ الدورة الثالثة :

إذا كان لمنحنى ق(س) = ٢س^{٣} − ٣س^{٢} قيمة قصوى عندما س = ١ فما قيمة أ؟

أ) −٣ ب) −٢ جـ) ٣ د) ٢

١٢) **٢٠١٩ الدورة الأولى:** إذا كان ق(س) اقترانا معرفا فى [−١، ١]

وكان ق(١) = ٢ ، $\lim_{س \to ١^-}$ ق(س) = ١ فما العبارة الصحيحة

أ) ق(١) قيمة صغرى محلية ب) ق(١) قيمة صغرى مطلقة

ج) ق(١) قيمة عظمى محلية د) ق′(١) = ٠

---

١٣) **٢٠١٩ الدورة الأولى :**

إذا كان ق(س) اقترانا كثير حدود من الدرجة الرابعة، فما أكبر عدد ممكن من النقاط الحرجة للاقتران ق(س)؟

أ) ٢ ب) ٣ جـ) ٤ د) ٥

---

١٤) **٢٠١٨ الدورة الأولى:**

إذا كان ق(س) معرفا على الفترة [٠، ٣] بحيث ق′(س) = $\frac{س - ٢}{س + ١}$ ،

فإن مجموعة قيم س التى يكون عندها للاقتران ق(س) نقطا حرجة ؟

أ) {٠، ٣} ب) {−١، ٠، ٢، ٣} جـ) {٠، ٢، ٣} د) {−١، ١، ٢، ٣}

---

١٥) **٢٠١٨ الدورة الثانية :**

إذا كان ق(س) = جـ س^{٣} − ٣س^{٢}، وكان للاقتران ق(س) قيمة صغرى محلية عند س = ١، فإن قيمة الثابت جـ هى :

أ) ٣ ب) ٢ جـ) −٢ د) −٣

---

١٦) **٢٠١٨ الدورة الثانية :**

إذا كان ق(س) = (س + ٢)$^{\frac{١}{٣}}$ ، معرفا على الفترة [−١، ٦] فإن القيمة الصغرى المطلقة هى

أ) −١ ب) ١ جـ) ٢ د) ٦

---

١٧) **٢٠١٨ الدورة الثالثة :**

إذا كان ق(س) = س^{٢}، س ∋ [−٢، ٣] فإن القيمة العظمى المطلقة هى

أ) −٢ ب) ٣ جـ) ٩ د) ٤

---

١٨) ٢٠١٧:

إذا كان ن(س) = { ٢س ، -١ < س ≤ ١ ; س٢ + ١ ، ١ < س ≤ ٢ } فإن عدد النقط الحرجة للاقتران ن(س) = ؟

أ) ١ ب) ٢ جـ) ٣ د) ٤

---

١٩) ٢٠١٧:

إذا كان ن(س) = √(٦ - س٢) ، معرفاً على الفترة [-٢، ١] فإن القيمة الصغرى المطلقة هي؟

أ) ن(١) ب) ن(٠) جـ) ن(-١) د) ن(-٢)

---

٢٠) ٢٠١٧ الإكمال :

إذا كان ن(س) اقتراناً معرفاً على الفترة [٠، ٤] ، ن'(س) = (س - ٢)/(س + ١) ،

فإن مجموعة قيم س التي يكون عندها نقطاً حرجة للاقتران ن(س) هي:

أ) {٠، ٢، ٤} ب) {-١، ٠، ٢، ٤} جـ) {٠، ٤} د) {٢}

---

٢١) ٢٠١٧ الإكمال : إذا كان ن(س) = س + ١/س ، س > ٠، فإن العبارة الصحيحة فيما يأتي

أ) ن(س) متزايد على]٠، ∞[ب) ن(١) هي القيمة العظمى المطلقة للاقتران ن(س)

ج) ن(س) متزايد على [٠، ١] د) ن(١) هي القيمة الصغرى المطلقة للاقتران ن(س)

---

٢٢) ٢٠١٦: إن مجموعة قيم س التي يكون للاقتران ن(س) = √(س٢ - ١٢س) نقطًا حرجة هي؟

أ) {٠، ١٢} ب) {٠، ٦، ١٢} جـ) {٦} د) {٦، ١٢}

---

٢٣) ٢٠١٦ الإكمال : ليكن ن(س) = √(٤ - س٢) ، س ∈ [-٢، ٢] فإن قيمة س التي يكون عندها للاقتران ن(س) قيمة عظمى مطلقة هي

أ) -٢ ب) صفر جـ) ١ د) ٢

---

٢٤) ٢٠١٦ الإكمال: إذا كان الاقتران ن(س) = { س٢ - س ، ٠ ≤ س ≤ ١ ; س - ١ ، ١ < س ≤ ٣ }

فإن مجموعة قيم س التي يكون عندها للاقتران ن(س) نقطاً حرجة في [٠، ٣] ؟

أ) {٠، ١، ٣} ب) {٠، ٣} جـ) {٠، ١/٢، ٣} د) {٠، ١/٢، ١، ٣}

٢٥) **٢٠١٤:** إذا كان ق(س) = |س − ٢| − ٥ ، س ∈ [−٢،٢] فإن القيمة المطلقة العظمى للاقتران ق(س) في مجاله هي :

أ) ١ ب) −١ جـ) −٥ د) −٩

---

٢٦) **٢٠١٣:** إذا كان ق(س) = [٢س − ٤] ، س ∈ [٠،٢]، فإن جميع قيم س التي تكون عندها نقط حرجة للاقتران ق(س)

أ) ٠،٢ ب) [٠،٢] جـ)]٠،٢[د) ٠،١،٢

---

٢٧) **٢٠١٣:** القيمة الصغرى المطلقة للاقتران ق(س) = س^{٣} − ٣س في الفترة [−٣،١]

أ) −١٨ ب) −٢ جـ) −٣٦ د) −٣

---

٢٨) **٢٠١٢:** إذا كان ق(س) معرفاً على ح ، وكانت $ق'(س) = \frac{س^{٢}+٢س}{(س+١)^{٢}}$ فإن عدد النقط الحرجة للاقتران ق(س) يساوي

أ) صفر ب) ١ جـ) ٢ د) ٣

---

٢٩) **٢٠٠٩:**

إذا كان ق(س) اقتراناً معرفاً على [٠،٣] وكانت ق′(س) = (س − ٢)(س + ١)، فإن مجموعة جميع قيم س التي يوجد عند كل منها قيمة حرجة للاقتران ق(س) هي

أ) {٠،١−،٢،٣} ب) {٠،٣} جـ) {١−،٢} د) {٠،٢،٣}

---

٣٠) **٢٠٠٩ الإكمال :** إذا كان ق(س) = ٢س^{٣} − أس^{٢} وكان لمنحنى الاقتران ق قيمة قصوى محلية عند س = ١ ، فإن قيمة الثابت أ = ؟

أ) ٢ ب) −٣ جـ) ٣ د) −٢

---

٣١) **٢٠٠٨ الإكمال:** إذا كان للاقتران ق(س) قيمة صغرى محلية عند س = جـ ، فإن إحدى العبارات التالية صحيحة دائماً :

أ) ق(جـ) > ٠ ب) ق′(جـ) = ٠

جـ) ق″(جـ) > ٠ د) (جـ، ق(جـ)) نقطة حرجة

(٣٢) **٢٠٠٧:** للاقتران $ن(س) = ٥ - ٢س^{٢}$ قيمة عظمى في الفترة $[٣،٠]$ عندما $س =$ ؟

أ) ١ ب) $\frac{٣}{٢}$ جـ) $\frac{٥}{٢}$ د) صفر

---

(٣٣) **٢٠٠٧ دراسات:** أكبر قيمة يأخذها الاقتران $ن(س) = جاس + ٣$ لكل $س \in ح$ هي :

أ) ٢ ب) ٣ جـ) ٤- د) ٤

القسم الثاني :الأسئلة المقالية

(٣٤) **٢٠٢٢ الدورة الاولى:** إذا كان $ن(س) = (٩ - س)\sqrt{س}$ معرفاً على الفترة $[٠ ، ٤]$ ، فجد :

١) مجالات التزايد والتناقص للاقتران $ن(س)$.

٢) القيم القصوى المحلية للاقتران $ن(س)$

---

(٣٥) **٢٠٢٢ الدورة الأولى:** إذا علمت أن $س = ٢لـو_{هـ} \frac{س}{ن(س)}$ وكانت $س ، ن(س) > ٠$ ، أثبت أن القيمة العظمى المطلقة للاقتران $ن(س)$ هي $\frac{٢}{هـ}$ ؟

---

(٣٦) **٢٠٢٢ الدورة الثانية:**

إذا كان $ن(س) = س - هـ^{س}$ معرفاً على الفترة $[-١ ، ١]$، فجد القيم القصوى المحلية $ن(س)$ ؟

---

(٣٧) **٢٠٢١ الدورة الأولى:** إذا كان $ن(س) = ٢س^{٣} + بس^{٢} + ٢أس$

وكان له نقطة حرجة واحدة فقط عند $(س = ١)$ فما قيم الثابتين $أ ، ب$ ؟

---

(٣٨) **٢٠٢١ الدورة الأولى:**

إذا كان $ن(س) = -٢أس^{٣} + ٦س^{٢} + ك$ حيث $أ ، ك \in ح$ وكان لمنحنى $ن(س)$ قيمة صغرى محلية وأخرى عظمة محلية أحداهما تكون عند $(س = -٢)$ فأوجد

١) قيم الثابت $أ$

٢)قيمة الثابت $ك$ علماً بأن مجموع القيمتين العظمى والصغرى يساوي -١٢

---

(٣٩) **٢٠٢١ الدورة الاولى:**

إذا كان $ن(س) = هـ^{-س} - هـ س$ فما أصغر قيمة للاقتران $ن(س)$ في الفترة $[٣،٠]$

٤٠) **٢٠٢١ الدورة الثانية** إذا كان $ن(س) = \frac{س^{٢}+٣}{س-١}$ ، $س \neq ١$ فأوجد القيم القصوى المحلية للاقتران

---

٤١) **٢٠٢١ الدورة الثالثة:**

إذا كان $ن(س) = س^{٣} - ٣س$ معرفاً في الفترة $[-٣، ١]$، فما القيمة الصغرى المطلقة للاقتران $ن(س)$

---

٤٢) **٢٠٢٠ الدورة الثانية:**

إذا كان $ن(س) = \frac{١}{٣} س^{٣} - س^{٢} - ٣س + ٤$ حيث س عدد حقيقي أوجد:

١) مجالات التزايد والتناقص للاقتران ٢) القيم القصوى المحلية إن وجدت

---

٤٣) **٢٠٢٠ الدورة الثانية:**

إذا كان متوسط التغير للاقتران $ن(س) = أس^{٣} + بس$ في الفترة [١، ٣] يساوي ٢٢، وكان لمنحنى الاقتران $ن(س)$ قيمة حرجة عند س=٢ أوجد قيمة كل من **أ،ب**

---

٤٤) **٢٠١١:** جد مجالات التزايد والتناقص والقيم القصوى المحلية للاقتران $ن(س) = \frac{س+١}{س^{٢}+٣}$

---

٤٥) **٢٠١٠:** إذا كان $ن(س) = \frac{س}{س^{٢}+١}$

جد: ١) فترات التزايد والتناقص للاقتران

٢) القيم الصغرى المحلية للاقتران.

---

٤٦) **٢٠٠٩:** إذا كان $ن(س) = جاس + جتاس$ ، $س \in [٠، \pi]$

جد: ١) مجالات التزايد والتناقص للاقتران

٢) الاحداثيات السينية لنقاط القيم العظمى والصغرى للاقتران $ن(س)$

---

٤٧) **٢٠٠٨:** جد القيم القصوى المحلية للاقتران $ن(س) = س^{٣} - ٣س^{٢} + ٦$ ، $س \in ع$

---

٤٨) **٢٠٠٧:** عين فترات التزايد والتناقص للاقتران $ن(س) = \frac{س^{٢}}{س^{٢}+٢}$ ثم أوجد القيم القصوى للاقتران

---

٤٩) **٢٠٠٧ دراسات:**

ليكن $ن(س) = \begin{cases} س^{٢} & ، -١ \leq س < ٢ \\ ٤ & ، س = ٢ \end{cases}$ عين القيمة/ القيم القصوى للاقتران $ن(س)$ على مجاله

الدرس الرابع: التقعر ونقط الانعطاف

القسم الأول: أسئلة الاختيار من متعدد:

١) **٢٠٢٢ الدورة الأولى:**

إذا كان $ن(س) = س^{٣} - ٣س^{٢} - جس$ وكان قياس زاوية الانعطاف لمنحنى $ن(س)$ هو $\frac{\pi}{٤}$

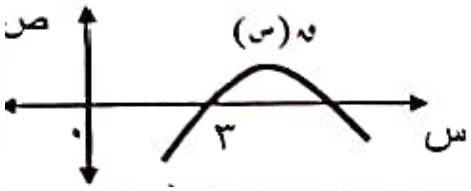
فما قيمة الثابت $جـ$ ؟

أ) -٤ ب) -٢ جـ) ٢ د) ٤

---

٢) **٢٠٢٢ الدورة الأولى:**

يمثل الكل المجاور منحنى الاقتران كثير الحدود $ن(س)$ أي العبارات الآتية صحيحة دائماً؟



أ) $ن'(٣) > ن''(٣) > ن(٣)$

ب) $ن''(٣) > ن'(٣) > ن(٣)$

جـ) $ن''(٣) > ن(٣) > ن'(٣)$

د) $ن(٣) > ن''(٣) > ن'(٣)$

---

٣) **٢٠٢١ الدورة الأولى:** إذا كان $ن(س) = س^{٣} - أس^{٢}$ وكانت النقطة $(-١، ب)$ نقطة انعطاف لمنحنى $ن(س)$ فما قيمة الثابت $ب$ ؟

أ) -٣ ب) ٢ جـ) ٣ د) ٤

---

٤) **٢٠٢١ الدورة الأولى:** إذا كان $ن(س)$ اقتران متصلاً على الفقرة $[١، ٦]$ وكانت $ن''(س) > ٠$ لجميع قيم $س \in]١، ٦[$ وكان للاقتران $ن(س)$ ثلاث نقط حرجة في $[١، ٦]$ ، فإذا علمت أن $ن'(٤) = ٠$

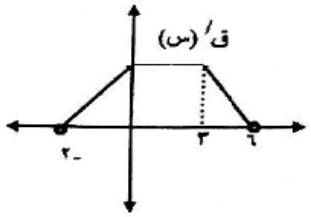
فما العبارة الصحيحة فيما يلي ؟

أ) $ن(٤) > ٠$ ب) $ن(٤) > ن(٣)$

جـ) $ن(٤) < ن(٣)$ د) $ن(٤) = ن(٣)$

٥) **٢٠٢١ الدورة الثانية:**

إذا كان ق(س) اقتراناً معرفا على الفترة [−٢، ٦] وكانت ق′(س) ممثلة بالشكل المجاور، فما الفترة التي يكون فيها ق(س) مقعراً للأسفل؟



أ)]−٢، ٦[ب)]−٢، ٠[

جـ)]−٢، ٣[د)]٣، ٦[

---

٦) **٢٠٢١ الدورة الثانية:** ما العبارة الصحيحة دائماً من العبارات التالية :

أ)إذا كان هـ(س) كثير حدود من الدرجة الثانية فإن له نقطة حرجة واحدة فقط

ب)إذا كان هـ(س) كثير حدود بحيث هـ′(٢) = ٥ فإن هـ″(٢) = ٠

جـ)الاقتران هـ(س) = (١ − س)^{٤} يكون مقعراً للأسفل على ح

د)إذا كان هـ′(أ) ≠ ٠ حيث أ ∈ لمجال هـ(س) فلا يوجد قيم قصوى محلية عند س = أ

---

٧) **٢٠٢١ الدورة الثالثة:** إذا كان ق(س) = هـ$^{-٢س}$، فما العبارة الصحيحة فيما يلي ؟

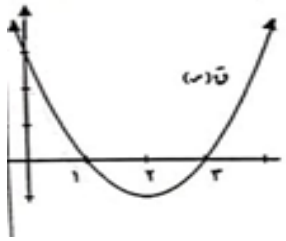
أ)ق(س) متزايد على ح ب)ق(س) متناقص على ح

جـ)ق(س) مقعر للأسفل على ح د) النقطة (١،٠) نقطة انعطاف لمنحنى الاقتران ق(س)

---

٨) **٢٠٢٠ الدورة الأولى:**

ما المجال الذي يقع فيه منحنى الاقتران ق(س) تحت جميع مماساته ؟



أ)]١، ٣[ب)]٢، ∞[

جـ)]−∞، ١[∪]٣، ∞[د)]−∞، ٢[

---

٩) **٢٠٢٠ الدورة الأولى:**

إذا كان لمنحنى الاقتران ق(س) = جاس + أس^{٢} نقطة انعطاف عند س = $\frac{\pi}{٦}$ فما قيمة أ ؟

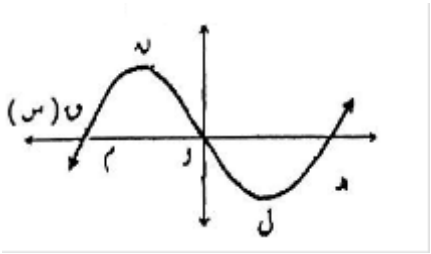
أ) ٤ ب) −٤ جـ) $\frac{-١}{٤}$ د) $\frac{١}{٤}$

١٠) **٢٠٢٠ الدورة الأولى:** إذا كان $ن'(س) = ١٨ - ٦س - جا٢س$ فأي من الخصائص التالية تتحقق في منحنى $ن(س)$ ، $\forall س \in ع$

أ) متزايد ب) متناقص جـ) مقعر لأسفل د) مقعر لأعلى

---

١١) **٢٠٢٠ الدورة الثانية:** بالاعتماد على الشكل المجاور الذي يمثل منحنى $ن(س)$ فما قيمة النقاط / النقطة التي يكون عندها $ن'(س) = ٠$ ، $ن''(س)$ سالب؟



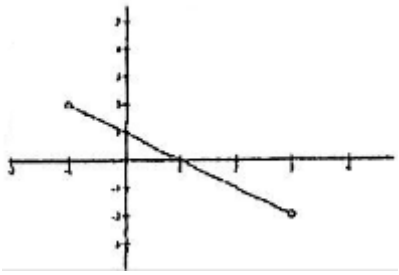
أ) هـ، م ب) ك جـ) ل د) و

---

١٢) **٢٠٢٠ الدورة الثانية:**

يمثل الشكل المجاور منحنى $ن''(س)$ إذا كان $ن'(٢) = ٠$

فماذا تمثل النقطة $(٢، ن(٢))$



أ) عظمى محلية ب) صغرى محلية

جـ) ليست حرجة لمنحنى ق (س) د) نقطة انعطاف

---

١٣) **٢٠٢٠ الدورة الثانية :** إذا كان $ن(س) = \frac{ل(س)}{س^{٢} - ٢}$ حيث $س^{٢} \neq ٢$ وكان لمنحنى $ل(س)$ مماساً أفقياً عند النقطة (٢ ، ١) فما قيمة $ن'(٢)$

أ) -٢ ب) ١ جـ) -٤ د) -١

---

١٤) **٢٠٢٠ الدورة الثانية:** ما قيمة الثابت جـ الذي يجعل لمنحنى $ن(س) = س^{٣} + جـس^{٢} - ٩س$ نقطة انعطاف عند $س = -١$

أ) -٤ ب) -٣ جـ) ٣ د) ٦

---

١٥) **٢٠٢٠ الدورة الثالثة:** ليكن $ن(س) = جاس - \sqrt{٣}$ جتاس ، $س \in [٠، \pi]$ فما الإحداثي السيني لنقطة الانعطاف للاقتران $ن(س)$

أ) $\frac{\pi}{٦}$ ب) $\frac{\pi}{٤}$ جـ) $\frac{\pi}{٣}$ د) $\frac{\pi}{٢}$

١٦) **٢٠١٩ الدورة الأولى:**

إذا كان $ن(س)$ اقترانا متصلا في $[١، ٤]$ ، وكانت $ن''(س) > ٠$ لجميع $س \in]١، ٤[$ ، وكان للاقتران $ن(س)$ ثلاث نقاط حرجة فقط بحيث $ن'(٣) = ٠$ فما العبارة الصحيحة مما يأتي ؟

أ) $ن(٣) > ٠$ ب) $ن(١) = ن(٤)$

جـ) $ن(٣) < ن(٢)$ د) $ن(٣) > ن(٢)$

---

١٧) **٢٠١٩ الدورة الأولى :** إذا كان $ن(س) = س^{٣} - ٣س^{٢}، س \in [-٣، ٣]$ ما احداثيات نقطة الانعطاف لمنحنى الاقتران $ن(س)$

أ) $(-١، ٤)$ ب) $(-١، ٢)$ جـ) $(-٢، ٤)$ د) $(٠، ٠)$

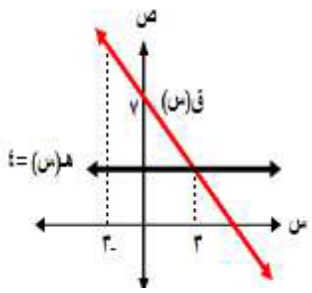
---

١٨) **٢٠١٩ الدورة الثانية:** إذا كان $ن''(س) = (س^{٤} + ٥)(٣ - س)^{٥}(س - ٤)^{٤}$ فما مجموعة قيم س الحقيقية التي يكون عندها نقط انعطاف للاقتران $ن(س)$ ؟

أ) $\{٣، ٤\}$ ب) $\{-٣، ٥\}$ جـ) $\{٣\}$ د) $\{-٣، ٤، ٥\}$

---

١٩) **٢٠١٩ الدورة الثانية:**



الشكل المجاور يمثل منحنيي الاقترانين $ن(س)$ ، $هـ(س)$

فماذا يكون الاقتران $(هـ - ن)(س)$ في الفترة $[-٣، ٣]$

أ) متناقصا ب) متزايدا جـ) ثابتا د) مقعرا للأعلى

---

٢٠) **٢٠١٩ الدورة الثانية** الشكل المجاور يمثل منحنى الاقتران $ن(س)$ معتمدا عليه ما العبارة الصحيحة فيما يلي:

أ) $ن'(س) > ٠، ن''(س) < ٠$ ب) $ن'(س) < ٠، ن''(س) > ٠$

جـ) $ن'(س) > ٠، ن''(س) < ٠$ د) $ن'(س) < ٠، ن''(س) > ٠$

---

٢١) **٢٠١٨ الدورة الأولى :**

إذا كان $ن(س) = س|س|$ ، فإن العبارة الصحيحة فيما يلي هي :

أ) $(٠، ٠)$ نقطة انعطاف ب) $ن(٠)$ عظمى محلية

جـ) $ن(٠)$ صغرى محلية د) $ن'(٠)$ غير موجودة

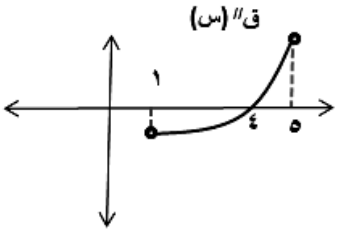
٢٢) ٢٠١٨ الدورة الأولى:

إذا كانت النقطتان $(٠، ن(٠))، \left(\frac{١}{٢}، ن\left(\frac{١}{٢}\right)\right)$ هما نقطتا انعطاف لمنحنى $ن(س)$ وكان $ن''(س) = ٤س^{٣} - ك س^{٢}$ فإن قيمة الثابت ك ؟

أ) -٣ ب) ٢ جـ) ٣ د) ٦

---

٢٣) ٢٠١٨ الدورة الأولى:



الشكل المقابل يمثل منحنى $ن'(س)$ حيث $ن(س)$ كثير الحدود

$ن'(٣) = ٠$ ، فإن العبارة الصحيحة هي

أ) $ن(٣)$ قيمة صغرى محلية ب) $ن(س)$ مقعر للأعلى في $]١، ٥[$

جـ) $ن(س)$ مقعر للأعلى في $]٤، ٥[$ د) $ن'(س)$ متناقص في $[٤، ٥]$

---

٢٤) ٢٠١٨ الدورة الثانية:

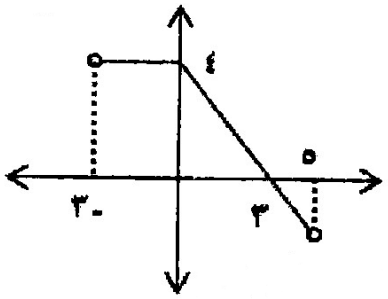
نقطة الانعطاف لمنحنى $ن(س) = جاس + \frac{س^{٢}}{٤}$ في الفترة $\left[٠، \frac{\pi}{٢}\right]$ تكون عندما س تساوي

أ) $\frac{\pi}{٣}$ ب) $\frac{\pi}{٦}$ جـ) $\frac{\pi٢}{٣}$ د) $\frac{\pi٥}{٦}$

---

٢٥) ٢٠١٧:

الشكل المجاور يمثل منحنى الاقتران $ن'(س)$ في الفترة $[-٣، ٥]$ فإن منحنى $ن(س)$ يكون



أ) مقعر للأسفل في الفترة $]٠، ٥[$

ب) مقعر للأعلى في الفترة $]-٣، ٣[$

جـ) متناقصاً في الفترة $[٠، ٥]$

د) متناقصاً في الفترة $[٠، ٣]$

---

٢٦) ٢٠١٧: إذا كان $ن(س) = جتا^{٢}س$ معرفا على $\left[٠، \frac{\pi}{٢}\right]$ فإن قيمة س التي يكون عندها نقط انعطاف هي

أ) $\frac{\pi}{٣}$ ب) $\frac{\pi}{٤}$ جـ) $\frac{\pi}{٢}$ د) $\frac{\pi}{٦}$

٢٧) ٢٠١٧: إذا كان ن(س) كثير حدود وكانت زاوية ميل المماس لمنحنى ن / (س) عند أي نقطة عليه في الفترة]٢،٥[هي زاوية منفرجة فإن العبارة الصحيحة فيما يلي هي :

أ) ن(س) متناقص في الفترة [٢،٥] ب) ن(س) متزايد في الفترة [٢،٥]

جـ) ن(س) مقعر للأعلى في الفترة]٢،٥[د) ن(س) مقعر للأسفل في الفترة]٢،٥[

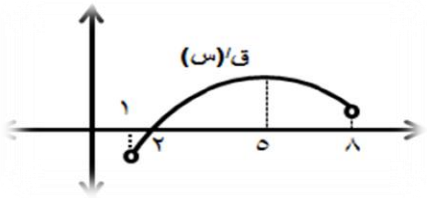
---

٢٨) ٢٠١٧: إذا كان ن(س) = $\frac{١}{٣}$ س^{٣} + س^{٢} − ٣س فإن منحنى ن(س) يقع فوق جميع مماساته على الفترة

أ)]−∞،١−[ب)]١،∞[جـ)]−∞،−١[د)]−١،∞[

---

٢٩) ٢٠١٧: الشكل المجاور يمثل منحنى ن′(س)



إن نقطة الانعطاف لمنحنى ن(س)

أ) (١،ن(١)) ب) (٥،ن(٥))

جـ) (٢،ن(٢)) د) لا يوجد له نقطة انعطاف

---

٣٠) ٢٠١٧: إذا كان ن(س) متصلا على [١،٣]، ن″(س) > ٠ ∀س ∈]١،٣[، ن′(٢) = ٠ فإن العبارة الصحيحة:

أ) ن(٢) صغرى محلية ب) (٢،ن(٢)) انعطاف

جـ) ن(٢) عظمى محلية د) ن(س) متزايد على الفترة [٢،٣]

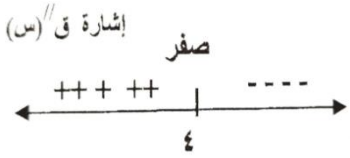
---

٣١) ٢٠١٦: إذا كان ن(س) = $\frac{١}{٢}$ س + جتاس معرفا على الفترة [٠،π] فإن منحنى ن(س) يكون مقعرا للأسفل في

أ)]٠،π[ب) $\left]٠،\frac{\pi}{٤}\right[$ جـ) $\left]\frac{\pi}{٢}،\pi\right[$ د) $\left]٠،\frac{\pi}{٢}\right[$

---

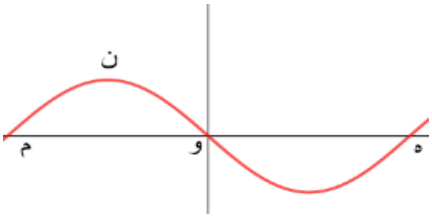
٣٢) ٢٠١٦ :



إذا كان ن(س) كثير حدود وكان الشكل المجاور يبين إشارة ن″(س) وكان ن′(٣) = ٠ فإن العبارة الصحيحة دائماً هي :

أ) ن″(٣) = ٠ ب) ن′(٤) = ٠ جـ) ن(٣) قيمة صغرى محلية د) ن(٣) قيمة عظمى محلية

٣٣) ٢٠١٦: بالاعتماد على الشكل المجاور والذي يمثل منحنى $ن(س)$ فإن النقطة التي يكون عندها $ن'، ن''$ ، موجبتين هي:



أ) م ب) ن جـ) هـ د) و

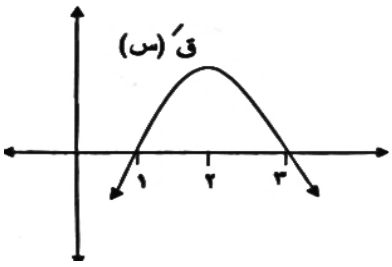
---

٣٤) ٢٠١٥: إذا كان لمنحنى الاقتران $ن(س) = س^٣ + ٢س^٢ - ٩س$ نقطة انعطاف عند $س = -١$ فإن قيمة الثابت ٢ تساوي

أ) ٣ ب) ٦ جـ) -٣ د) -٤

---

٣٥) ٢٠١٥: الشكل المجاور يبين منحنى $ن'(س)$



إن مجموعة حل المتباينة $ن''(س) > ٠$ هي

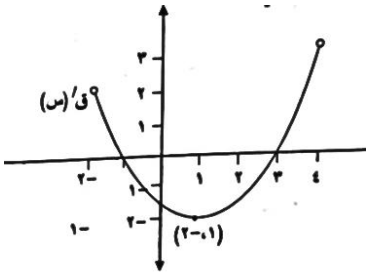
أ) $]١، ٣[$ ب) $]٢، \infty[$

جـ) $]-\infty، ٢[$ د) $]-\infty، ١[\cup]٣، \infty[$

---

٣٦) ٢٠١٤:

يمثل الشكل المجاور منحنى $ن'(س)$



فإن نقطة انعطاف منحنى $ه(س)$ هي:

أ) $(١، -٢)$ ب) $(١، ن(١))$

جـ) $(٣، ٠)$ د) $(-١، ٠)$

---

٣٧) ٢٠١٤ الإكمال : $(١، ٠)$ هي نقطة انعطاف لمنحنى أحد الاقترانات الآتية :

أ) $ن(س) = س^٢ + ١$ ب) $ه(س) = ١ - س^٤$

جـ) $ه(س) = س^٤ + ١$ د) $ك(س) = س^٣ + ١$

---

٣٨) ٢٠١٠: إذا كان للاقتران $ن(س) = أ س^٢ + س^٣$ نقطة انعطاف عندما $س = -١$ فإن قيمة الثابت أ تساوي :

أ) -٣ ب) $\frac{-٣}{٢}$ جـ) $\frac{٣}{٢}$ د) ٣

٣٩) **٢٠٠٩:** إذا كان الاقتران ق(س) متصلاً على[١ ، ٥] وكانت ق′(س) > ٠ لجميع قيم س ∈]١،٥[فإن إحدى العبارات التالية صحيحة دائماً:

أ) لايوجدللاقتران ق(س) نقطة انعطاف في]١،٥[

ب) للاقتران ق(س) قيمة عظمى عند س = ٥

جـ) الاقتران مقعر للأعلى على]١،٥[

د) للاقتران ق(س) قيمة عظمى عند س = ١

---

٤٠) **٢٠٠٨:** إذا كان ق(س) معرفاً على [−١،١] ، ق″(س) موجودة في]−١،١[ويوجد عند س = ٠ نقطة انعطاف فإن إحدى العبارات التالية صحيحة دائماً :-

أ) منحنى ف مقعر للأسفل على]−١،٠[وللأعلى على]٠،١[ب) ف له نقطة حرجة في]−١،١[

جـ) ف ˉ له نقطة حرجة في]−١،١[د) ف ˊ له نقطة حرجة في]−١،١[

---

٤١) **٢٠٠٧ دراسات :** يقع الاقتران فوق جميع مماساته عندما يكون الاقتران؟

أ) مقعر لأعلى ب) مقعر لأسفل جـ) متزايد د) متناقص

---

٤٢) **٢٠٠٧ دراسات :** إذا كان ق(س) اقتران كثير حدود من الدرجة الثانية فإن الاقتران ق

أ) لا توجد له نقاط انعطاف ب) توجد له نقطة انعطاف واحدة فقط

جـ) يوجد له نقطتي انعطاف د) توجد له نقطة انعطاف واحدة على الأقل

---

٤٣) **٢٠٠٧ دراسات :** إذا كان ق(س) = س|س| فإن:

أ) ق′(٠) غير موجودة ب) ق(٠) قيمة صغرى محلية

جـ) ق(٠)قيمة عظمى د) (٠،ق(٠)) نقطة انعطاف

---

٤٤) **٢٠٠٧ الإكمال :** إذا كانت النقطة (١،٢)نقطة انعطاف لمنحنى الاقتران ق(س) وكانت ق′(س) = ٤س٣ − لس٢ ، حيث ل ثابت فإن ل = ؟

أ)٤ ب)٦ ج)١٢ د) ٢٤

القسم الثاني :الأسئلة المقالية

٤٥) **٢٠٢٢ الدورة الاولى:** إذا كان $ن(س) = ٢جتا^{٢}س + س^{٢}$ معرفاً في الفترة $]\pi، ٠[$ ، فحدد فترات التقعر للأعلى وللأسفل لمنحنى الاقتران $ن(س)$.

---

٤٦) **٢٠٢٢ الدورة الأولى:**

إذا كان منحنى الاقتران $ن(س) = ا س^{٣} - ب س^{٤}$ ، $س > ٠$ وكانت $ن(١) = ١$ ، وكان للاقتران $ن(س)$ نقطة انعطاف هي $(ا، ن(ا))$

جد: ١) قيم الثابتين $ا، ب$.

٢) ظل زاوية الانعطاف لمنحنى الاقتران $ن(س)$.

---

٤٧) **٢٠٢٢ الدورة الأولى:**

إذا كان $م(س) = (ن(س) - س^{٢})^{٢}$ ، وكان لمنحنى كثير الحدود $ن(س)$ قيمة عظمى محلية عند النقطة $(-١، ٣)$، وكانت $م''(-١) = ٨$ ما قيمة $ن''(-١)$ ؟

---

٤٨) **٢٠٢٢ الدورة الثانية:** إذا كان منحنى الاقتران $ن(س) = (س^{٢} - ٤)^{٢}$

جد: ١) مجالات التقعر لأعلى ولأسفل لمنحنى الاقتران $ن(س)$.

٢) نقط الانعطاف للاقتران $ن(س)$.

---

٤٩) **٢٠٢٢ الدورة الثانية:** إذا كان لمنحنى الاقتران $ن(س) = س^{٣} + ا س^{٢} + ب س$ قيمة عظمى محلية عند س=-١، وقيمة صغرى محلية عند س=٢

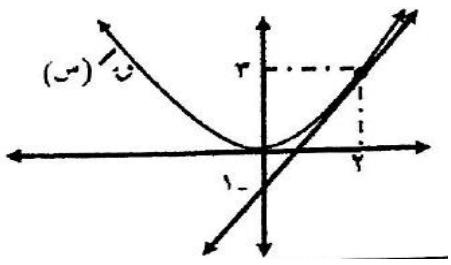
جد: ١) قيم الثابتين $ا، ب$

٢)مجالات التقعر للأعلى وللأسفل لمنحنى الاقتران $ن(س)$.

---

٥٠) **٢٠٢٢ الدورة الثانية :**

الشكل المجاور يبين منحنى كثير الحدود $ن'(س)$، والمماس له عند س=٢، معتمداً عليه



جد: ١) مجالات التزايد والتناقص للاقتران $ن(س)$.

٢)مجالات التقعر لأعلى ولأسفل للاقتران $ن(س)$.

٥١) **٢٠٢١ الدورة الأولى :** إذا كان $ن(س) = س^{٢} + \frac{ب}{س}$ ، $ب \neq ٠$ ، $ب \in ع$

باستخدام اختبار المشتقة الثانية بيّن أن منحنى الاقتران $هـ(س)$ لا يأخذ أي قيمة عظمى محلية في مجاله.

---

٥٢) **٢٠٢١ الدورة الاولى:**

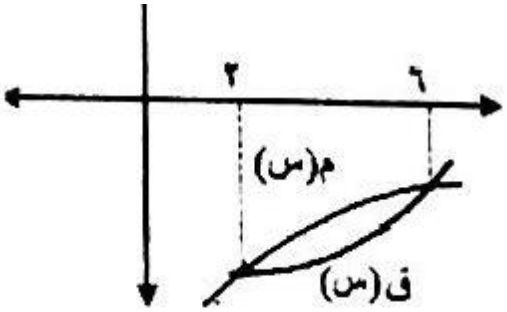
إذا كان $ن(س) = ١٢ + س^{٢} + ٢ لـو_{هـ}(س - ١)$ ، $س > ١$

فأوجد: ١) مجالات التقعر للأعلى وللأسفل للاقتران $ن(س)$

٢) نقط الانعطاف (إن وجدت) للاقتران $ن(س)$

---

٥٣) **٢٠٢١ الدورة الثانية:** الشكل المجاور يبين منحنيي كل من



الاقترانين $ن(س)$ ، $م(س)$ في الفترة $[٢ ، ٦]$

بحيث $ك(س) = \frac{ن(س)}{م(س)}$

بين أن الاقتران $ك(س)$ مقعر للأعلى في الفترة $]٢ ، ٦[$

---

٥٤) **٢٠٢١ الدورة الثانية :** إذا كان $ن(س) = \frac{١}{٢} س^{٤} - ٣س^{٣} + ٢١س$ ، $س \in [-٣ ، ٧]$:

أوجد : ١) مجالات التقعر للأعلى وللأسفل للاقتران $ن(س)$

٢) نقط الانعطاف (إن وجدت) للاقتران $ن(س)$

---

٥٥) **٢٠٢١ الدورة الثانية:**

إذا كان $ن(س) = أ س^{٣} + ٣س^{٢} + ٢ب$ حيث $أ ، ب \in ع$ وكان لمنحنى $ن(س)$ قيمة عظمى محلية قيمتها ٨ ، وله نقطة انعطاف عند س=١ ، فأوجد قيم الثابتين $أ ، ب$.

---

٥٦) **٢٠٢١ الدورة الثالثة:**

إذا كان $ن(س) = س^{٣} + ٣س^{٢} - ٢٤س$ ، $س \in [-٥ ، ٤]$

فأوجد :١) القيم القصوى المحلية والمطلقة للاقتران $ن(س)$

٢)مجالات التقعر للأعلى وللأسفل لمنحنى الاقتران $ن(س)$

---

٥٧) **٢٠٢١ الدورة الثالثة:** إذا كان المستقيم ص = ١ − ٢ ا س يمس منحنى الاقتران ق(س) = ا س^{٣} + ب س^{٢} + جـ س عند نقطة انعطاف ق(س) وهي (١، −١١) فما قيم الثوابت ا، ب، جـ

---

٥٨) **٢٠٢٠ الدورة الاولى:** ق(س) = $\frac{-١}{٢}$ جا^{٢} س + $\frac{١}{٤}$ جتا ٢س + $\frac{٥}{٤}$ ، س ∈]٠، π[

جد: ١) مجالات التقعر للأعلى وللأسفل للاقتران

٢) نقطة / نقاط الانعطاف

٣) زاوية / زوايا الانعطاف

---

٥٩) **٢٠٢٠ الدورة الثانية:** إذا كانت ق(س) = $\sqrt{س}^{٣}$ + ٢

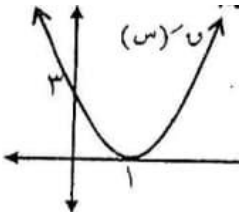
جد: ١) مجالات التقعر للأعلى وللأسفل للاقتران

٢) نقطة / نقاط الانعطاف (إن وجدت)

٣) قياس زاوية / زوايا الانعطاف (إن وجدت)

---

٦٠) **٢٠٢٠ الدورة الثانية**



يمثل الشكل المجاور منحنى ق ′(س) لكثير حدود ق(س) من الدرجة الثالثة

جد قاعدة الاقتران ق(س) إذا علمت أن منحناه يمر بنقطة الأصل

---

٦١) **٢٠٢٠ الدورة الثالثة:** إذا كان ق(س) = س^{٣} − ٣س^{٢} + ٤

جد ١) مجالات التزايد والتناقص

٢) القيم القصوى

٣) مجالات التقعر للأعلى وللأسفل

---

٦٢) **٢٠١٩ الدورة الأولى:** إذا كان ق(س) = س^{٣} − ٦س^{٢} + ٩س ، س ∈ [١، ٥]

أوجد ١) مجالات التزايد والتناقص للاقتران هـ(س)

٢) القيم القصوى المحلية والمطلقة للاقتران

٣) مجالات التقعر للأعلى وللأسفل للاقتران

٤) نقط الانعطاف لمنحنى للاقتران هـ(س)

٦٣) **٢٠١٩ الدورة الاولى:** إذا كان الاقتران $ن(س) = س^{٤} - ٤س^{٣} + ك(س)$

نقطة انعطاف أفقي هي النقطة (٢،١) وكان $ع(س) = ك^{٢}(س)$، احسب $ع''(١)$

---

٦٤) **٢٠١٩ الدورة الثانية:** إذا كان الاقتران $ن(س) = س^{٣} - ٣س^{٢} - ٩س + ٥، س \in [-٢، ٦]$

فأوجد: ١) مجالات التزايد والتناقص $ه(س)$

٢) القيم القصوى المحلية للاقتران $ه(س)$

٣) مجالات التقعر للأعلى وللأسفل للاقتران $ه(س)$

---

٦٥) **٢٠١٩ الدورة الثانية:**

إذا كان $ن(س) = س^{٣} + ب س^{٢} + جـ س + د$ ، $ب، جـ، د \in ع$ بحيث $ن(٠) = ٤$ وكان للاقتران $ه(س)$ نقطة انعطاف عند س = ١ ، ومعادلة المماس لمنحنى الاقتران $ه(س)$ عند نقطة الانعطاف هي $٢س + ص - ٥ = ٠$ أوجد قاعدة الاقتران $ه(س)$

---

٦٦) **٢٠١٨ الدورة الأولى :**

ليكن $ن(س) = ٦س^{٢} - ٢س^{٣}$ معرفاً على $[-٢، ٣]$

فأوجد: ١) مجالات التزايد والتناقص للاقتران $ه(س)$

٢) القيم العظمى والصغرى المحلية للاقتران

٣) مجالات التقعر للأعلى وللأسفل للاقتران

٤) نقط الانعطاف

---

٦٧) **٢٠١٨ الدورة الثانية:**

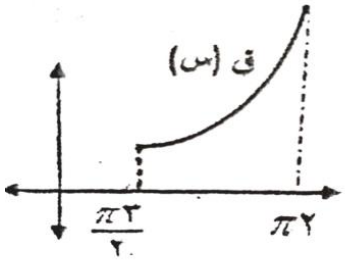
إذا كان $ن(س) = س^{٤} - ٨س^{٣}$ معرفاً على ح

فأوجد: ١) مجالات التزايد والتناقص للاقتران $ه(س)$ و القيم القصوى المحلية للاقتران

٢) مجالات التقعر للأعلى وللأسفل للاقتران $ه(س)$.

---

٦٨) **٢٠١٨ الدورة الأولى :**



الشكل المقابل يمثل منحنى $ه(س)$ في الفترة $\left[\frac{\pi ٣}{٢}، \pi ٢\right]$

أثبت أن : الاقتران $هـ(س)$ مقعر للأعلى في تلك الفترة علما بأن

$هـ''(س) = ن'(س) جتاس$

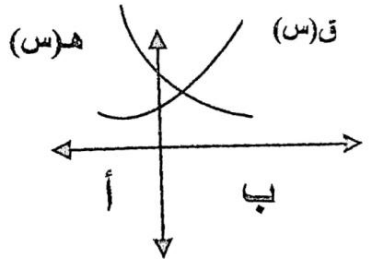
٦٩) ٢٠١٦: إذا كان ق(س) = ٣س^{٢} – س^{٣} ، س ∈ [–٢، ٥]

أوجد: ١) مجالات التزايد والتناقص للاقتران هـ(س) والقيم القصوى المحلية للاقتران

٢) مجالات التقعر للأعلى وللأسفل للاقتران هـ(س)

---

٧٠) ٢٠١٦ :



الشكل المجاور يبين منحنيي الاقترانين ق ، هـ المعرفين على [أ،ب]

بين أن الاقتران $\frac{ق'(س)}{هـ(س)}$ اقتران متزايد

---

٧١) ٢٠١٥: إذا كان ق(س) = ٤س^{٣} – ٣س^{٤} ، س ∈ ع

١) عين مجالات التزايد والتناقص للاقتران هـ(س)

٢)اوجد القيم القصوى المحلية للاقتران هـ(س)

٣) عين مجالات التقعر للأعلى وللأسفل للاقتران هـ(س)

---

٧٢) ٢٠١٥ الإكمال : إذا كان ق(س) = س^{٣} – ٣س^{٢} + ١٠

فأوجد: ١) القيم القصوى للاقتران هـ(س)

٢) مجالات التقعر للأعلى وللأسفل للاقتران هـ(س)

---

٧٣) ٢٠١٤: إذا كان هـ(س) كثير حدود من الدرجة الثالثة جد قاعدة الاقتران هـ(س) إذا علمت أن (٢–، ١) نقطة قيمة صغرى محلية وأن (٠، ٣) نقطة انعطاف للاقتران هـ(س)

---

٧٤) ٢٠١٤ الإكمال : إذا كان ق(س) = ٢ + جا^{٢}س ، س ∈ $\left[٠، \frac{\pi}{٢}\right]$

جد : ١) مجالات التزايد والتناقص للاقتران هـ(س)

٢)مجالات التقعر لأعلى ولأسفل لمنحنى هـ(س)

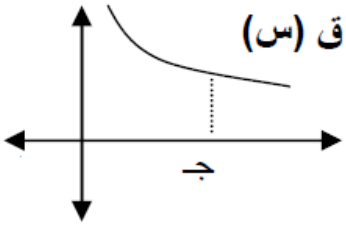
---

٧٥) ٢٠١٤ إكمال الضفة: إذا كان ق(س) = ٦س^{٢} – س^{٣} – ٩س

جد : ١)مجالات التزايد والتناقص للاقتران هـ(س)

٢) مجالات التقعر ونقط الانعطاف للاقتران هـ(س)

٧٦) ٢٠١٣:



الشكل المجاور يمثل جزءا من منحنى الاقتران كثير الحدود ق(س)

فإذا كان م(س) = ن(س) × ن′(س) بين أن م′(جـ) > ٠

---

٧٧) ٢٠١٣: ن(س) = جا٢س − جتا٢س ، س ∈ $\left[0، \frac{\pi}{2}\right]$

جد : ١) القيم العظمى والصغرى المحلية

٢) فترات التقعر للأعلى وللأسفل .

---

٧٨) ٢٠١٣ الإكمال : إذا كان ن(س) = $\frac{١}{٢}$ س٤ + ٢س٣ ، س ∈ ح

جد : ١) القيم الصغرى والعظمى المحلية هـ(س)

٢) فترات تقعر هـ(س) للأعلى وللأسفل

---

٧٩) ٢٠١٢: إذا كان ن′(س) = $\frac{س}{س^{٢}+١}$

جد: ١) مجالات التزايد والتناقص للاقتران هـ(س)

٢) مجالات التقعر للأعلى وللاسفل للاقتران هـ(س)

٣) الإحداثيات السينية لنقط الانعطاف .

---

٨٠) ٢٠١٢: للاقتران ن(س) = س٢(س − ٣)

جد: ١)القيم القصوى المحلية ٢) مجالات التقعر للأعلى وللأسفل

---

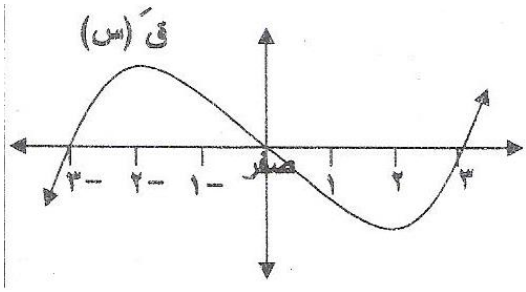
٨١) ٢٠١١: إذا كان ن(س) = س٤ − ١٠ س٣ + ٣٦ س٢

جد : ١) مجالات التقعر للأعلى وللأسفل للاقتران.

٢)الإحداثيات السينية لنقاط الانعطاف

---

٨٢) ٢٠١٠: معتمداً على الشكل المجاور



والذي يمثل منحنى الاقتران ن′(س) جد كلا من :

١) مجالات التقعر للأعلى وللأسفل لمنحنى الاقتران

٢) الإحداثيات السينية لنقاط الانعطاف .

٨٣) **٢٠١٠ الإكمال:** إذا كان $ن(س) = \frac{١}{٤}س^{٤} - س^{٣} + ٢$

جد ١) القيم القصوى للاقتران $هـ(س)$

٢)مجالات التقعر للأعلى والأسفل للاقتران $هـ(س)$

---

٨٤) **٢٠٠٩:** إذا كان $هـ(س)$معرفاً على $ح$ ، $ن'(س) = \frac{س}{س^{٢} + ٩}$

جد مجالات التقعر للأعلى للاقتران $ن(س)$

---

٨٥) **٢٠٠٩ الإكمال :** للاقتران $ن(س) = ٢س^{٣} - ٢٤س$ ، $س \in ح$

جد ١) مجالات التزايد والتناقص والقيم القصوى

٢)مجالات التقعر للأعلى وللأسفل

---

٨٦) **٢٠٠٨:**جد مجالات التقعر للأعلى وللأسفل للاقتران $ن(س) = ٣جاس جتاس$ في $]٠، \pi[$

---

٨٧) **٢٠٠٨ الإكمال :** إذا كان $ن(س) = س^{٣} - ٦س^{٢}$ جد للاقتران $ن(س)$كلاً من

١) مجالات التزايد والتناقص والقيم القصوى المحلية

٢) مجالات التقعر للأعلى وللأسفل

---

٨٨) **٢٠٠٧ :** حدد فترات التقعر للأعلى وللأسفل للاقتران $ن(س) = ٤س^{٣} - ٣س + ٢$

ثم أوجد نقطة الانعطاف إن وجدت .

الدرس الخامس: تطبيقات على القيم القصوى

القسم الثاني: الأسئلة المقالية

١) **٢٠٢٢ الدورة الأولى:**

جد أكبر مساحة ممكنة لمستطيل يمكن رسمه داخل دائرة طول نصف قطرها ٤ سم، بحيث يقع أحد أضلاعه على قطر الدائرة ورأساه الآخران على الدائرة.

---

٢) **٢٠٢٢ الدورة الثانية:**

ا ب جـ ء مستطيل فيه $\overline{ا ب}$ = ٤ متراً، $\overline{ب جـ}$ = ٦ متراً ، (و) نقطة على الضلع ب جـ ، عين موقع النقطة (و) بحيث تكون قيمة المقدار $٣(\overline{ا و}) + (\overline{و جـ})$ أقل ما يمكن ؟

---

٣) **٢٠٢١ الدورة الاولى:**

جد مساحة أكبر مستطيل يمكن وضعه داخل مثلث متساوي الساقين طول قاعدته ١٢ سم، وارتفاعه ١٠ سم بحيث ينطبق أحد أضلاعه على قاعدة المثلث ويقع الرأسان الآخران على ساقي المثلث

---

٤) **٢٠٢١ الدورة الثانية:**

أوجد حجم أكبر مخروط دائري قائم طول راسمه $\sqrt{١٢}$ سم

---

٥) **٢٠٢٠الدورة الأولى :**

أوجد مساحة أكبر مستطيل يمكن رسمه في الربع الأول بحيث يقع رأسان من رؤوسه على محور السينات أما الرأسان الآخران فإحداهما يقع على المستقيم ص= ٢٠س والآخر على المستقيم ص= ٤٢ – س

---

٦) **٢٠٢٠الدورة الثانية:**

أوجد مساحة أكبر شبه منحرف متساوي الساقين يمكن رسمه داخل منحنى الاقتران

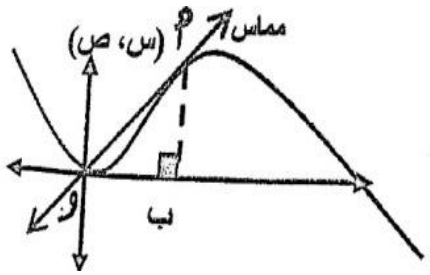
$ق(س) = \sqrt{١٦ - س^{٢}}$ بحيث أن رأسين من رؤوسه أصفار الاقتران، والرأسين الآخرين يقعان على منحنى الاقتران ق(س) فوق محور السينات.

---

٧) **٢٠٢٠ الدورة الثالثة:**

يريد رجل عمل حديقة مستطيلة الشكل في أرضه، وذلك بإحاطتها بسياج، فإذا كان لديه ٨٠ متراً من الأسلاك، فما مساحة أكبر حديقة يمكن للرجل إحاطتها بهذا السياج ؟

٨) **٢٠١٩ الدورة الأولى:**



تتحرك النقطة أ(س،ص) على منحنى الاقتران ق(س) بحيث ميل المماس عندها في أي لحظة يساوي

١٢س – ٣س^{٢}، س > ٠

جد أكبر مساحة ممكنة للمثلث أب و ،حيث و نقطة الأصل

---

٩) **٢٠١٩الدورة الثاني+٢٠١١الإكمال:**

ثنى سلك طوله ١٢سم ليكون مثلثاً متساوي الساقين، أوجد أطوال أضلاع هذا المثلث لتكون مساحته أكبر ما يمكن.

---

١٠) **٢٠١٨ الدورة الأولى:**

أ ب جـ مثلث قائم الزاوية في ب ، ومتساوي الساقين وطول أ جـ ١٢ سم ، ما مساحة أكبر مستطيل يمكن رسمه داخل المثلث بحيث تنطبق أحد أضلاعه على الوتر أ جـ ، ويقع الرأسان الاخران على ضلعي القائمة

---

١١) **٢٠١٨الدورة الثانية:**

جد مساحة أكبر مستطيل يمكن رسمه داخل دائرة طول نصف قطرها ٢٠سم

---

١٢) **٢٠١٧**

أرض مستطيلة الشكل رؤوسها أ ، ب ، جـ ، د تتكون من حديقة مستطيلة الشكل مساحتها ٣٢٠٠ متر مربع محاطة بأرصفة عرض كل من الرصيفين على الضلعين أ ب ، جـ د يساوي ٤ متر ، وعرض كل من الرصيفين على الضلعين الآخرين ٢ متر ، أوجد أقل مساحة ممكنة لقطعة الأرض .

---

١٣) **٢٠١٧ الإكمال:**

شبه منحرف فيه ٣ أضلاع متساوية في الطول وطول كل منها ٦سم جد أكبر مساحة ممكنة لشبه المنحرف

---

١٤) **٢٠١٦:**

أ ب جـ مثلث قائم الزاوية في ب إذا كان طول أ ب = ٢ سم وطول ب جـ = ٣سم ، د نقطة على ب جـ ، أوجد طول د جـ بحيث يكون مجموع طول (د جـ) ومثلي طول (أ د) أقل ما يمكن ؟

---

١٥) **٢٠١٥:** أوجد أقصر مسافة بين النقطة (٠،٢) ومنحنى العلاقة $ص^{٢} - س^{٢} = ٨$

---

١٦) **٢٠١٥ الإكمال:**

سلك طوله ٥٦ سم قسم إلى جزأين، صنع من أحدهما مربع ومن الآخر مستطيل طوله يساوي ٣ أمثال عرضه، ما أبعاد المربع والمستطيل ليكون مجموع مساحتيهما أقل ما يمكن .

---

١٧) **٢٠١٤:**

أوجد باستخدام التفاضل أكبر حجم للشكل الناتج من دوران المستطيل محيطه ٦٠سم دورة كاملة حول أحد أضلاعه .

---

١٨) **٢٠١٤ الإكمال:**

جد أقرب نقطة واقعة على المنحنى $ص = \sqrt{س - ١}$ إلى النقطة أ(٠،٢) ؟

---

١٩) **٢٠١٣:**

جد مساحة أكبر مستطيل يمكن رسمه بحيث يقع رأسان من رؤوسه على محور السينات والرأسان الآخران على منحنى الاقتران $ق(س) = ٨ - \frac{٢}{٣}س^{٢}$

---

٢٠) **٢٠١٢:**

جد الإحداثي السيني للنقطة الواقعة على منحنى العلاقة

$ص^{٢} - ٢ص + ٤س - ٢٣ = ٠$ وتكون أقرب ما يمكن للنقطة(٣، ١)

---

٢١) **٢٠١١:**

جد معادلة المستقيم الذي يمر بالنقطة (٤،٣) ويصنع مع المحورين الاحداثيين في الربع الأول مثلثاً مساحته أصغر ما يمكن

---

٢٢) **٢٠١٠:**

يراد صنع وعاء معدني على هيئة اسطوانة دائرية قائمة مفتوحة من أعلى سعتها ٨١π سم^{٣}، فإذا كانت تكلفة المواد المستعملة ٣ دنانير لكل سم^{٢} من قاعدة الاسطوانة ، ودينارا واحداً لكل سم^{٢} من سطحها الجانبي جد أبعاد الأسطوانة التي تجعل تكاليف صنعها أقل ما يمكن؟

---

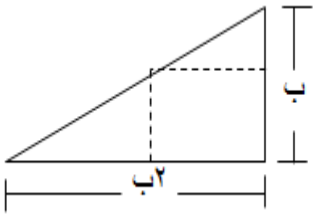
٢٣) **٢٠٠٩:** جد أقصر مسافة بين النقطة (٦،٠) ومنحنى الاقتران $س^{٢} - ص^{٢} = ١٦$

٢٤) **٢٠٠٩ الإكمال:**

جد ميل المستقيم الذي يمر بالنقطة (٤،٢) ويصنع مع المحورين الإحداثيين في الربع الأول مثلثاً مساحته أصغر ما يمكن.

---

٢٥) **٢٠٠٨:**



معتمداً على الشكل المجاور، جد بعدي المستطيل ذي المساحة الكبرى، الذي يمكن رسمه داخل مثلث قائم الزاوية، بحيث ينطبق أحد أضلاع هذا المستطيل على أحد ضلعي القائمة في المثلث ورأساه الآخران على ضلعي المثلث الآخرين

---

٢٦) **٢٠٠٨ الإكمال:**

جد بعدي المستطيل الواقع في الربع الأول والذي مساحته أكبر ما يمكن والذي تنطبق قاعدته الكبرى على محور السينات ويقع رأساه الآخران على منحنى $ص(س) = ٤س - س^{٢} + ٢$

---

٢٧) **٢٠٠٧:**

جد مساحة أكبر مستطيل يمكن رسمه داخل دائرة نصف قطرها ١٠ سم

---

٢٨) **٢٠٠٧دراسات:**

مثلث متساوي الساقين محيطه ١٨ سم ، أوجد أطوال أضلاعه عندما تكون مساحته أكبر ما يمكن .

الوحدة الثالثة

المصفوفات والمحددات

محتويات الوحدة الثالثة المصفوفات والمحددات

الوحدة	رقم الدرس	موضوع الدرس	الصفحة	
			الأسئلة	الإجابات
الوحدة الثالثة المصفوفات والمحددات	٣-١	المصفوفة	٩٩	٢٢٠
	٣-٢	العمليات على المصفوفات	١٠١	٢٢٠
	٣-٣	المحددات	١٠٣	٢٢٠
	٣-٤	النظير الضربي للمصفوفة المربعة	١٠٦	٢٢٠
	٣-٥	حل أنظمة المعادلات باستخدام المصفوفات	١١٢	٢٢١

الدرس الأول : المصفوفة

القسم الأول : أسئلة الاختيار من متعدد:

١) **٢٠٢٢ الدورة الأولى:** ما المصفوفة $ج_{٢\times٢}$ بحيث تحقق $ج_{ي و} = (ي)^{-و}$ ؟

أ) $\begin{bmatrix} ١ & ١ \\ \frac{١}{٢} & \frac{١}{٤} \end{bmatrix}$ ب) $\begin{bmatrix} ١ & ١ \\ \frac{١}{٤} & \frac{١}{٢} \end{bmatrix}$ جـ) $\begin{bmatrix} ١ & \frac{١}{٢} \\ ١ & \frac{١}{٤} \end{bmatrix}$ د) $\begin{bmatrix} ١ & ١ \\ ٤- & ٢- \end{bmatrix}$

---

٢) **٢٠٢١ الدورة الثانية:**

إذا كانت $\begin{bmatrix} س^{٢} & ٨ \\ ١٠ & ٦ \end{bmatrix} = ٢ \begin{bmatrix} ٤ & ٢ \\ ص & ٥ \end{bmatrix}$ فما قيمة المقدار $\sqrt{س^{٢}} + ص$ ؟

أ) ٧ ب) -١ جـ) ١ د) ٥

---

٣) **٢٠٢١ الدورة الثانية:** إذا كانت $أ = \begin{bmatrix} ٤ & ١- & ٥ \\ ٦ & ٣- & ٩ \\ ٢ & ٧ & ١- \end{bmatrix}$ فما قيمة المقدار $أ_{٣٢} - أ_{٢٣}$ ؟

أ) -١٦ ب) -٢ جـ) ٢ د) ١٦

---

٤) **٢٠٢٠ الدورة الثانية:** ما مجموعة حل المعادلة التالية $\begin{bmatrix} ٦ & ٢+س \\ ٧ & ٨+٢س- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٦ & س^{٢} \\ ٧ & س^{٢} \end{bmatrix}$

أ) $\{-٢\}$ ب) $\{٢\}$ جـ) $\{٢، -١، -٤\}$ د) $\{٢، -١\}$

---

٥) **٢٠٢٠ الدورة الثالثة:**

إذا كانت $أ = \begin{bmatrix} ٤ & ١- & ٥ \\ ٦ & ٣- & ٩ \\ ٢ & ٧ & ١- \end{bmatrix}$ ، فما قيمة $أ_{١٢} - أ_{٣١}$

أ) -٥ ب) -٣ جـ) ١ د) ٢

٦) ٢٠١٩ الدورة الثانية:

إذا كانت $أ = \begin{bmatrix} ١ & ٣ & ١ \\ ٢ & ٥ & ٢- \end{bmatrix}$ ، فما قيمة $أ_{١٣} أ_{٣١} - أ_{١٢}$

أ) ٤-　　ب) ١-　　جـ) ١　　د) ٤

---

٧) ٢٠١٩ :

إذا كانت $س = \begin{bmatrix} ٣- & ٢ & ٥ \\ ٢- & ٧ & ٣ \end{bmatrix}$ ، فما قيمة $(٣س_{١٢} + ٥س_{٢١})$

أ) ١٤-　　ب) ٤-　　جـ) ٤　　د) ١٦

---

٨) ٢٠١٩ صناعي :

إذا كان $\begin{bmatrix} ١ & س^{٢} \\ ٢- & ٤- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٩ & ١ \\ ٤- & س+١ \end{bmatrix}$ ، فإن مجموعة قيم س الممكنة

أ) {٣}　　ب) {٣-}　　جـ) {٣، ٣-}　　د) ϕ

القسم الثاني: الأسئلة المقالية

٩) ٢٠٢١ الدورة الاولى:

إذا كانت أ مصفوفة مربعة من الرتبة الثانية وكان $أ_{ي هـ} = \begin{cases} ٢ & ، ي \neq هـ \\ ٣ & ، ي = هـ \end{cases}$ ، $ب = \begin{bmatrix} ٨ & ٣ \\ ٥ & ٣ \end{bmatrix}$

فجد المصفوفة س بحيث $س = ٢أ(ب - م_{٢})$

الدرس الثاني : العمليات على المصفوفة

القسم الأول : أسئلة الاختيار من متعدد :

١) **٢٠٢٢ الدورة الأولى:** ما قيمة الثابت ب الذي يحقق $\begin{bmatrix} ٥ & ١ \\ ٤ & ٢ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ك \\ ١ \end{bmatrix} = ٦\begin{bmatrix} ل \\ ب \end{bmatrix}$ ؟

أ) ٤ ب) ٢ جـ) ١ د) ٦

---

٢) **٢٠٢١ الدورة الأولى:** إذا كانت أ ، ب ، جـ ، ثلاث مصفوفات بحيث أن أ٠ب + جـ مصفوفة من الرتبة ٣×٢ وكانت أ مصفوفة عمود، فما رتبة المصفوفة ب ؟

أ) ٣×٢ ب) ١×٢ جـ) ٣×١ د) ٢×٢

---

٣) **٢٠٢٠ الدورة الثانية:**

إذا كانت أ ، ب ، جـ ثلاث مصفوفات من الرتب : ٢×٣ ، ٣×٢، ٢×٢ على الترتيب ، فأي العمليات الآتية صحيحة:

أ) أ×جـ+ب ب) ب×أ−٢جـ جـ) ٣أ×ب+٢جـ د) ب×جـ+٥أ

---

٤) **٢٠١٩:**

إذا كانت أ مصفوفة من الرتبة ٣×ك ، ب مصفوفة من الرتبة ٢×٨ ، جـ مصفوفة من الرتبة ٣×٥ بحيث جـ = أ٠ب ، ما قيم ك ، ن على الترتيب ؟

أ) ٥ ، ٢ ب) ٢ ، ٥ جـ) ٣ ، ٢ د) ٢ ، ٣

---

٥) **٢٠١٩ الدورة الثانية:**

إذا كانت أ،ب مصفوفتان بحيث ب = $\begin{bmatrix} -٦ & ٢ & -١ \\ -٢ & -٨ & ٤ \end{bmatrix}$ ، ٢أ+ب = و فما العبارة الصحيحة فيما يلي ؟

أ) أ = $\frac{١}{٢}$ب ب) أ = ب جـ) أ = −$\frac{١}{٢}$ب د) أ = −ب

٦) **٢٠١٩ الدورة الثانية:** إذا كانت أ ، ب ، جـ مصفوفات من الرتب ٣×٢ ، ك×٢ ، ٤×ن على الترتيب وكانت س = أ + ب جـ فما قيمة المقدار ٢م − ك×ن ؟

أ) −١٨ ب) −١٠ جـ) صفر د) ١٠

---

٧) **٢٠١٩ الصناعي:**

إذا كانت المصفوفة جـ = $\begin{bmatrix} ٢ & -٣ \\ ٣ & -٤ \end{bmatrix}$ فما المصفوفة التي تساوى جـ^{٢} − م$_{٢}$ ؟

أ) $\begin{bmatrix} ٤ & ٨ \\ ٨ & ١٦ \end{bmatrix}$ ب) $\begin{bmatrix} ٣ & ٨ \\ ٨ & ١٥ \end{bmatrix}$ جـ) و$_{٢}$ د) ٢م$_{٢}$

القسم الثاني : الأسئلة المقالية

٨) **٢٠٢٢ الدورة الثانية:**

إذا كان ب = $\begin{bmatrix} ٢ & ١ \\ -١ & ٤ \end{bmatrix}$ ، فما قيمة كل من **س،ص** بحيث ب^{٢} $\begin{bmatrix} س \\ ٢ \end{bmatrix}$ = $\begin{bmatrix} ٩ \\ ص \end{bmatrix}$

---

٩) **٢٠٢١ الدورة الأولى:**

جد قيمة **س** بحيث $\begin{bmatrix} ٣ & -٤ \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} س & -١ & ٥ \\ ٢ & ٣ & ١ \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} ٣ \\ ١ \\ ٠ \end{bmatrix}$ = [س + ١]

---

١٠) **٢٠١٩:**

إذا كانت أ = $\begin{bmatrix} س^{٢} & سص \\ سص & ص^{٢} \end{bmatrix}$ بحيث **س**^{٢} + **ص**^{٢} = ١ أثبت أن أ^{٢} = أ

---

١١) **٢٠١٩ الدورة الثانية:**

إذا كان ٢أ + ٣ب = $\begin{bmatrix} ٤ & -٦ \\ ٢ & ١٣ \end{bmatrix}$ ، أ + ب = $\begin{bmatrix} ١ & -١ \\ ١ & ٥ \end{bmatrix}$ حيث **أ ، ب** مصفوفتين جد **(أب)**

الدرس الثالث : المحددات

القسم الأول : أسئلة الاختيار من متعدد :

١) **٢٠٢٠ الدورة الاولى:** إذا كان $\begin{vmatrix} أ & ب \\ ٢ & ٥ \end{vmatrix} = ٢٠$ ، فما قيمة $\begin{vmatrix} ب & أ+٢ب \\ ٥ & ١٢ \end{vmatrix}$

أ) -٤٠ ب) -٢٠ جـ) ٢٠ د) ٤٠

---

٢) **٢٠٢٠ الدورة الثانية:**

أي من الآتية تساوي $\begin{vmatrix} ١ & جاس \\ جتاس & ٠ \end{vmatrix}$

أ) جا٢س ب) $-$جا٢س جـ) $\frac{١}{٢}$جا٢س د) $-\frac{١}{٢}$جا٢س

---

٣) **٢٠٢٠ الدورة الثالثة:** إذا كان **أ ، ب** مصفوفتين مربعتين من الرتبة الثانية، وكان $|أ^{٣}| = ٤٥$ ، $|أب| = -١٢$ ، فما قيمة $|٢ب|$ ؟

أ) -٨ ب) -٢ جـ) ٦ د) ٨

---

٤) **٢٠٢٠ الدورة الثالثة:**

إذا كانت $م_{٣}$ المصفوفة المحايد في عملية ضرب المصفوفات من الرتبة ٣ ، فما قيمة $|٥م_{٣}|$

أ) ٥ ب) ١٥ جـ) ٢٥ د) ١٢٥

---

٥) **٢٠١٩:** إذا كان $\begin{vmatrix} أ & ب \\ جـ & ء \end{vmatrix} = ٥$ ، فما قيمة $\begin{vmatrix} ٣ب & أ^{٢} \\ ٣ء & ٢جـ \end{vmatrix} =$

أ) ٣٠ ب) ١٥ جـ) -٥ د) -٣٠

---

٦) **٢٠١٩ صناعي:** إذا كانت $أ = \begin{bmatrix} ١ & ٢ \\ ٥ & ٧ \end{bmatrix}$ وكانت ب مصفوفة مربعة من الرتبة الثانية بحيث $|أ^{٢}ب| = ٢٤$ ، فما قيمة $|ب|$

أ) -٣ ب) -٢ جـ) ٢ د) ٣

القسم الثاني: الأسئلة المقالية:

٧) **٢٠٢٢ الدورة الاولى:**

جد قيمة س بحيث يكون $\begin{vmatrix} ٢ & -١ & -١ \\ س & ٠ & ٢ \\ -٣ & ١ & ٤ \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} ٢ & ٤ \\ س & ٩ \end{vmatrix} = -٣٤$

---

٨) **٢٠٢٢ الدورة الأولى:**

بين باستخدام خصائص المحددات أن : $\begin{vmatrix} ٢ع & ٢ع & ٢ع \\ ب & ١ & ج \\ ١+ج & ب+ج & ١+ب \end{vmatrix} = ٠$

---

٩) **٢٠٢٢الدورة الثانية:**

باستخدام خصائص المحددات بين أن: $\begin{vmatrix} ١ & س & ع \\ س & ١+س^{٢} & سع \\ ع & سع & ١+ع^{٢} \end{vmatrix} = ١$

---

١٠) **٢٠٢٢ الدورة الثانية:**

إذا كان $\begin{vmatrix} ٢ & ١ & ٨ \\ ٤ & س & ٠ \\ ٣ & ١ & ٥ \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} ٤ & س \\ ٦ & ١٠ \end{vmatrix} = -٢٦$، فجد قيمة / قيم س ؟

---

١١) **٢٠٢١ الدورة الثالثة:**

إذا كان $\begin{vmatrix} س & ٣ & ٨ \\ ٠ & ٢ & ١٢ \\ ٠ & ١ & س \end{vmatrix} - ٨ \begin{vmatrix} ٤ & ٦ \\ ٠ & ١ \end{vmatrix} = ٠$ ، فجد قيمة / قيم س ؟

---

١٢) **٢٠٢١ الدورة الأولى:**

إذا كان $\begin{vmatrix} ٢ & ٣ & ٠ \\ ٤ & س & -٢ \\ ٠ & -١ & ١ \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} س & ٥ \\ ٣ & س \end{vmatrix}$ ، فما قيمة / قيم س ؟

١٣) **٢٠٢٠ الدورة الأولى:**

جد قيم س التي تجعل $\begin{vmatrix} ١ & س & ٢ \\ س & ٣ & س \\ ٤ & س & ٥ \end{vmatrix} = -٩$

---

١٤) **٢٠٢٠ الدورة الاولى:**

باستخدام خواص المحددات ، أثبت أن : $\begin{vmatrix} ١ & أ^{٢} & ب \\ ١ & ب^{٢} & أ \\ ١ & أ^{٢} & -أ \end{vmatrix} = (أ-ب)(أ+ب)^{٢}$

---

١٥) **٢٠٢٠ الدورة الثانية**

إذا كان $\begin{vmatrix} س & -٣ & ١ \\ ٢س & -٥ & ٢ \\ ١ & ٦ & ٧ \end{vmatrix} = ١٣$ أوجد قيمة س

الدرس الرابع : النظير الضربي للمصفوفة المربعة

القسم الأول : أسئلة الاختيار من متعدد :

١) **٢٠٢٢ الدورة الأولى:**

إذا كانت **س،ص** مصفوفتين غير منفردتين، وكان **٢س = ص**$^{-١}$ فما هي المصفوفة **س ، ص**؟

أ) $م_{٢}$ ٢ ب) $\frac{١}{٤} م_{٢}$ جـ) $٤ م_{٢}$ د) $\frac{١}{٢} م_{٢}$

---

٢) **٢٠٢١ الدورة الأولى:**

ما العبارة الصحيحة من العبارات الآتية حيث **أ ، ب ، جـ** مصفوفات ؟

أ) إذا كان $|أ| = |أ^{-١}|$ فإن $|أ| = ١$ فقط ب) $|ك أ| = ك^{٢} |أ|$ حيث ك عدد حقيقي

جـ) إذا كان أ × ب = أ × جـ فإن ب = جـ د) $|٢ م_{٢}|^{٢} = ٤ م_{٢}$

---

٣) **٢٠٢١ الدورة الأولى:**

إذا كانت $ب = \begin{bmatrix} ١ & ٤ \\ ٢ & ٧ \end{bmatrix}$ ، فما المصفوفة التي تساوي $ب + ب^{-١}$

أ) $و_{٢}$ ب) $\begin{bmatrix} ٢ & ٨ \\ ٤ & ١٤ \end{bmatrix}$ جـ) $م_{٢}$ د) $٦ م_{٢}$

---

٤) **٢٠٢١ الدورة الأولى:**

إذا كان **س** مصفوفة غير منفردة من الرتبة الثانية ، بحيث **س**^{٢} **– ٢س = و**$_{٢}$ فما المصفوفة **س** من الآتية

أ) $\begin{bmatrix} ٢ & ٢ \\ ٢ & ٢ \end{bmatrix}$ ب) $\begin{bmatrix} ٢ & ٠ \\ ٠ & ٢ \end{bmatrix}$ جـ) $\begin{bmatrix} ٠ & ٢ \\ ٢ & ٠ \end{bmatrix}$ د) $\begin{bmatrix} ٠ & ٠ \\ ٠ & ٠ \end{bmatrix}$

---

٥) **٢٠٢١ الدورة الثانية:** إذا كانت **أ** مصفوفة مربعة منفردة ، فما هي المصفوفة **أ** من الآتية :

أ) $\begin{bmatrix} ٠ & ١ \\ ١ & ٠ \end{bmatrix}$ ب) $\begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ ٠ & ١ \end{bmatrix}$ جـ) $\begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ ٠ & ١ \end{bmatrix}$ د) $\begin{bmatrix} ٥ & ٢ \\ ٣ & ١ \end{bmatrix}$

٦) **٢٠٢١ الدورة الثانية:**

إذا كانت س مصفوفة غير منفردة من الرتبة ٢ بحيث س^{٢} = س ، ما المصفوفة س من بين الآتية:

أ) س = س$^{-١}$ ب) س = م$_{٢}$ جـ) س = −م$_{٢}$ د) س = $\begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ ٠ & ١ \end{bmatrix}$

---

٧) **٢٠٢٠:** إذا كانت أ ، ب ، جـ ثلاث مصفوفات مربعة غير منفردة ، وكان أ × ب = جـ فأي المصفوفات التالية تمثل ب$^{-١}$ ؟

أ) جـ$^{-١}$ × أ ب) أ × جـ$^{-١}$ جـ) جـ × أ$^{-١}$ د) أ$^{-١}$ × جـ$^{-١}$

---

٨) **٢٠٢٠:** إذا كانت أ مصفوفة من الرتبة ٣ × ٣ ، وكان |أ| = −٢ ، فما قيمة $\left|\left(\frac{١}{٢}أ\right)^{-١}\right|$

أ) −١ ب) −٤ جـ) −٨ د) $\frac{-١}{٨}$

---

٩) **٢٠٢٠: إذا كانت** ص = $\begin{bmatrix} ١ & ١ \\ ١ & جـ \end{bmatrix}$ ، ص$^{-١}$ = $\begin{bmatrix} ٢ & -١ \\ -١ & ١ \end{bmatrix}$ فما قيمة الثابت جـ ؟

أ) −٢ ب) −١ جـ) ٢ د) ١

---

١٠) **٢٠٢٠** ما قيمة س التي تجعل من المصفوفة $\begin{bmatrix} جاس & ١ \\ ٢ & -١ \end{bmatrix}$ مصفوفة منفردة علماً أن س ∈ $\left[٠ ، \frac{\pi ٣}{٢}\right]$

أ) $\frac{\pi ٧}{٦}$ ب) $\frac{\pi ٧}{٣}$ جـ) $\frac{\pi}{٦}$ د) ٨

---

١١) **٢٠٢٠ الدورة الثانية:** إذا كانت أ = $\begin{bmatrix} س & ١ \\ س + ٤ & ٤ \end{bmatrix}$ ، أ$^{-١}$ = $\begin{bmatrix} ٢ & \frac{-١}{٢} \\ س - ٥ & ١ \end{bmatrix}$ فإن س

أ) −٢ ب) ٢ جـ) ١ د) −٤

---

١٢) **٢٠٢٠ الدورة الثانية:** إذا كانت س ، ص مصفوفتان غير منفردتين من الرتبة ن × ن حيث |٢س ص$^{-١}$| = ٨ ، |س| = ٣ ، |ص| = ١٢ ، ما قيمة ن ؟

أ) ٣ ب) ١٦ جـ) ٥ د) ٣٢

١٣) **٢٠٢٠ الدورة الثالثة:**

إذا كانت $أ = \begin{bmatrix} ٢ & ٣ \\ ٣ & ٥ \end{bmatrix}$ فما المصفوفة التي تساوي $أ^{-١} + أ$ حيث $أ^{-١}$ هي النظير الضربي للمصفوفة $أ$ ؟

أ) و ب) $\begin{bmatrix} ٤ & ٦ \\ ٦ & ١٠ \end{bmatrix}$ جـ) $\begin{bmatrix} ٤ & ٠ \\ ٠ & ١٠ \end{bmatrix}$ د) ٢٧

---

١٤) **٢٠١٩:**

ما قيمة/ قيم $س$ الموجبة التي تجعل المصفوفة $\begin{bmatrix} س-١ & ٤ \\ ٣ & س \end{bmatrix}$ منفردة ؟

أ) ٤ ب) ٣ جـ) ٢ د) ١

---

١٥) **٢٠١٩ الدورة الثانية :**

ما قيمة الثابت $ك$ الموجبة التي تجعل المصفوفة $أ = \begin{bmatrix} ك-٢ & ٣ \\ ٢ & ك-١ \end{bmatrix}$ منفردة ؟

أ) ١ ب) ٢ جـ) ٣ د) ٤

---

١٦) **٢٠١٩ الدورة الثانية:**

إذا كانت $أ^{-١} = \begin{bmatrix} ٣ & ٢ \\ -١ & ١ \end{bmatrix}$ ، $ب^{-١} = \begin{bmatrix} ١ & -١ \\ -٣ & ٤ \end{bmatrix}$ فماذا يساوى المقدار $(أب)^{-١}$ ؟

أ) $\begin{bmatrix} -٣ & ٥ \\ -٤ & ٥ \end{bmatrix}$ ب) $\begin{bmatrix} ٣ & -٢ \\ ٣ & ٤ \end{bmatrix}$ جـ) $\begin{bmatrix} ٤ & ١ \\ -١٣ & -٢ \end{bmatrix}$ د) $\begin{bmatrix} ١ & ٤ \\ ٢ & ١٣ \end{bmatrix}$

---

١٧) **٢٠١٩ صناعي:** إذا كانت $أ$ مصفوفة مربعة من الرتبة الثانية ، $ب$ مصفوفة مربعة من الرتبة الثالثة ، فأي مما يلى لا يمكن ايجاده ؟

أ) $|أ^{-١}|$ ب) $|أ + ب|$ جـ) $|٢ب|$ د) $|أ| + |ب| + ٦$

القسم الثاني: الأسئلة المقالية:

١٨) **٢٠٢٢ الدورة الأولى:**

إذا كان $ج = \begin{bmatrix} ٤ & ٣ \\ ٣ & ٢ \end{bmatrix}$ ، فجد المصفوفة غير المنفردة س بحيث $٢س + (س^{-١} . ج)^{-١} = \begin{bmatrix} -٧ & ٢ \\ ٣٠ & -١١ \end{bmatrix}$

---

١٩) **٢٠٢٢ الدورة الثانية:**

إذا كان $س = \begin{bmatrix} أ & -٧ \\ ب & جـ \end{bmatrix}$ ، $ص = \begin{bmatrix} ٢ & ء \\ ٠ & ١ \end{bmatrix}$ ، $ع = \begin{bmatrix} ١ & ١ \\ ٢ & ٤ \end{bmatrix}$ ، وكان $٢ع^{-١} = ص \times س$

فجد كل من أ ، ب ، جـ ، ء ؟

---

٢٠) **٢٠٢١ الدورة الثالثة:** إذا كان $أ^{-١} = \begin{bmatrix} ٦ & ١٣ \\ ١ & ٢ \end{bmatrix}$ ، $ب = \begin{bmatrix} -٤ & -٥ \\ ١ & ١ \end{bmatrix}$

فجد $أ + ٢ب - ٣م_{٢}$

---

٢١) **٢٠٢١ الدورة الثالثة:**

إذا كان $أ = \begin{bmatrix} ٤ & ١ & ٠ \\ -١ & ٢ & ٣ \end{bmatrix}$ ، $ب = \begin{bmatrix} ٠ & ٢ \\ -٥ & ٢ \\ ٤ & ١ \end{bmatrix}$ ، جد المصفوفة س بحيث $٢س + أ . ب = و_{٢}$ ؟

---

٢٢) **٢٠٢١ الدورة الثالثة:**

إذا كانت $أ = \begin{bmatrix} س & ٣ \\ ٤ & ٥ \end{bmatrix}$ ، $أ^{-١} = \begin{bmatrix} ٤ & ص \\ -٥ & ٤ \end{bmatrix}$ ، فما قيم س ، ص ؟

---

٢٣) **٢٠٢١ الدورة الثالثة:**

إذا كانت $س = \begin{bmatrix} أ & ب \\ جـ & ء \end{bmatrix}$ بحيث $|س| = ١$ ، أثبت أن $س + س^{-١} = (أ + ء) م_{٢}$

---

٢٤) **٢٠٢١:**

إذا كانت $(أ^{-١} . ب)^{-١} = \begin{bmatrix} ١ & -١ \\ -١ & ٢ \end{bmatrix}$ ، $ب = \begin{bmatrix} ١ & ٣ \\ ٥ & ٤ \end{bmatrix}$ فجد المصفوفة أ٢

٢٥) **٢٠٢١ الدورة الثانية:**

إذا كانت $٢س + \begin{bmatrix} ٥ & ٤- \\ ٢- & ب \end{bmatrix} = و + ٣م^{٢}$ فجد قيمة الثابت **ب** التي تجعل المصفوفة **س** منفردة

---

٢٦) **٢٠٢١ الدورة الثانية:**

إذا كانت $أ = \begin{bmatrix} ٢ & ٥- \\ ٢ & ٤- \end{bmatrix}$ أوجد المصفوفة **س** بحيث يكون $س أ = أ^{٣} - ٤م^{٢}$

---

٢٧) **٢٠٢١ الدورة الثانية:**

إذا كانت $أ = \begin{bmatrix} ٢ & ٤ \\ ٦ & ١٠ \end{bmatrix}$ ، $ب = \begin{bmatrix} ١ & ٦ \\ ١٠ & ٤ \end{bmatrix}$ وكان $\frac{١}{٢} أ = (ب - جـ)^{-١}$ فجد المصفوفة **جـ**

---

٢٨) **٢٠٢١ الدورة الثانية :**

إذا كانت $أ = \begin{bmatrix} ٣ & ٥ \\ ٢ & ٦ \end{bmatrix}$ ، $ب = \begin{bmatrix} ٢ & ٧ \\ ٣- & ١ \end{bmatrix}$ ، $ك = \begin{bmatrix} س^{٢} & س \\ ٢ & ١ \end{bmatrix}$ **فجد قيم س بحيث** $|ك| = |أ - ب|$

---

٢٩) **٢٠٢١ الدورة الثانية :**

إذا كانت **س** مصفوفة مربعة وغير منفردة من الرتبة ٢ ، وكان $س_{٢٢} = ك س_{١١}$ ، $س_{١١} \neq ٠$

احسب قيمة الثابت **ك** التي تجعل $|س + م^{٢}| = |س| + |م^{٢}|$

---

٣٠) **٢٠٢٠:**

إذا كان $أ = \begin{bmatrix} ٤ & ١ \\ ٠ & ٢ \end{bmatrix}$ ، $ب = \begin{bmatrix} ٨ \\ ٩ \end{bmatrix}$ أوجد المصفوفة **جـ** بحيث أن $أجـ = ب - جـ$

---

٣١) **٢٠٢٠ الدورة الثانية:**

إذا كان $أ = \begin{bmatrix} ٢ & ٤ \\ ١ & ٣ \end{bmatrix}$ ، $ب^{-١} = \begin{bmatrix} ٦ & ٢ \\ ٤ & ٨- \end{bmatrix}$ أوجد $(أب)^{-١} + ١٢أ$

---

٣٢) **٢٠٢٠ الدورة الثالثة :**

إذا كانت $أ = \begin{bmatrix} س & ٣ \\ ٥ & ٤ \end{bmatrix}$ ، $أ^{-١} = \begin{bmatrix} ص & ٤ \\ ٤ & -٥ \end{bmatrix}$ فما قيمة / قيم كل من **س،ص**

---

٣٣) **٢٠٢٠ الدورة الثالثة:**

إذا كان **س** $= \begin{bmatrix} ١ & \frac{١}{٢} \\ ٤ & -٢ \end{bmatrix}$ ، **ص** $= \begin{bmatrix} ٤ & ٥ \\ ٦ & ٨ \end{bmatrix}$ أوجد $(\text{س} \times \text{ص})^{-١}$

---

٣٤) **٢٠١٩:** إذا كان $أ = \begin{bmatrix} ٣ & -٥ \\ ١- & ٢ \end{bmatrix}$ ، $ب = \begin{bmatrix} ٣- & ٤- \\ ٦ & ٩ \end{bmatrix}$ أوجد

١) المصفوفة $أ^{-١} ب - ٤ ٢ م_{٢}$

٢) $\left| \frac{١}{٣} ب^{٢} \right|$

---

٣٥) **٢٠١٩:**

حل المعادلة المصفوفية $٣س - \begin{bmatrix} ١ & -٥ \\ ١- & ٠ \end{bmatrix} س = \begin{bmatrix} ٣ & ٣- \\ ١ & ١- \end{bmatrix}$

---

٣٦) **٢٠١٩ الدورة الثانية :**

إذا كان **ب** $= \begin{bmatrix} س + ع & ٥٠ \\ -٢ص & ٨ ع \end{bmatrix}$ $٢ = \begin{bmatrix} ٢ & ٣ \\ ٤ & -١ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ٣ & ٢ \\ ٧ & ٤ \end{bmatrix}$ ، **جـ** $= \begin{bmatrix} ٣٠ & ٤٨ \\ ١٢ & ١٦ \end{bmatrix}$

أوجد: ١) قيمة كلا من **س ، ص ، ع**

٢) $\left(\frac{١}{٢} \text{جـ} \right)^{-١}$

الدرس الخامس: حل أنظمة المعادلات الخطية باستخدام المصفوفات

القسم الأول : أسئلة الاختيار من متعدد :

١) **٢٠٢٢ الدورة الاولى:**

عند حل نظام من معادلتين خطيتين بالمتغيرين **س ، ص** بطريقة كريمر وجد أن

$$أ_{س} \times أ_{ص} = \begin{bmatrix} ١٣ & ٥٠ \\ ٢- & ١١ \end{bmatrix}$$ **س ص** = ٣ ، فما قيمة / قيم $|أ|$ ؟

أ) ٣ ، − ٣ ب) ١ جـ) ٨١ د) ٩ ، − ٩

---

٢) **٢٠٢٠ الدورة الأولى:**

إذا كانت **س** مصفوفة غير منفردة من الرتبة الثانية ، وكانت تحقق المعادلة : $س^{٢} - س = و_{٢}$ فأي من التالية تمثل **س** ؟

أ) $و_{٢}$ أو $م_{٢}$ ب) $م_{٢}$ جـ) $و_{٢}$ د) $س^{-١}$

---

٣) **٢٠١٩:**

استخدم محمد طريقة كرايمر لحل نظام مكون من معادلتين خطيتين في متغيرين **س ، ص**، وجد أن

$|أ_{س}| = |-١٢| = \frac{١}{٣}|أ_{ص}|$ ، $|أ| \neq ٠$ ، فما قيمة **س ، ص** على الترتيب؟

أ) ١٢ ، ٤ ب) ٦ ، ٤ جـ) ٦ ، − ٤ د) ٦ ، − ٢

القسم الثاني: الأسئلة المقالية:

٤) **٢٠٢٢ الدورة الأولى**

استخدم طريقة جاوس في حل النظام الاتي:

$$س - ص + ٢ع = ٩$$

$$٢س + ٣ص + ٢ع = ٢$$

$$س + ٣ص - ع = -٤$$

---

٥) **٢٠٢٢ الدورة الثانية:**

عند استخدم طريقة النظير الضربي في حل نظام المعادلات الخطية التالي: $\begin{bmatrix} ١٠ \\ -٢ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} س \\ ص \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ١- & ٨ \\ ١ & ك \end{bmatrix}$

وجد أن : ص = −٢س وكان ٨+ك= ٤ فما قيم كل من ٨،ك ؟

---

٦) **٢٠٢١ الدورة الأولى:**

حل النظام التالي من المعادلات الخطية بطريقة كريمر ٢س − ٣ص = ٠،٢م س−كص = −٤

علما بأن ٣م − ٢ك= ٤

---

٧) **٢٠٢١ الدورةالأولى:** حل النظام التالي من المعادلات الخطية بطريقة النظير الضربي :

$$٢ص - ٣س + ١٩ = ٠،٢س - ص = ١٢$$

---

٨) **٢٠٢١ الدورة الثانية:** عند حل معادلتين خطيتين بالمتغيرين **س،ص** بطريقة كريمر وجد أن

$$أ^{-١}_{س} = \begin{bmatrix} ١١ & ١- \\ ١٢- & ١٠ \end{bmatrix}، أ_{ص} أ^{-١}_{س} = \begin{bmatrix} ٢١ & ٧- \\ ٢٨ & ١٤- \end{bmatrix}$$

فما قيمة المتغير ص ؟

---

٩) **٢٠٢١ الدورة الثالثة:**

$$أ_{س} = \begin{bmatrix} ٢ & ١- \\ ٦ & ١ \end{bmatrix}، أ_{س} = \begin{bmatrix} ٣ & ٢ \\ ١ & ٦ \end{bmatrix}$$ ، فما قيم المتغيرين **س،ص**

١٠) **٢٠٢٠الدورة الأولى :** حل نظام المعادلات الآتي بطريقة النظير الضربي

$٢س + ص = ١ ، ٢ص + س - ٥ = ٠$

---

١١) **٢٠٢٠الدورة الأولى :**

إذا كانت $س + ٢ص = ١٢$ إحدى المعادلتين الخطيتين بمتغيرين ، وعند استخدام طريقة كريمر للحل ، وجد أن $|٢أ_س| = ٨ - ٨|أ_ص|$ ، فما قيمة $|أ|$ حيث $|أ| \neq ٠$

---

١٢) **٢٠٢٠:**

حل المعادلة المصفوفية التالية : $\begin{bmatrix} ٣ & ٢ \\ ٤ & ٣ \end{bmatrix} \times ٢س - \begin{bmatrix} ١ & ١ \\ ٢ & ٢ \end{bmatrix} \times س = \begin{bmatrix} ٢ \\ ١ \end{bmatrix}$

---

١٣) **٢٠٢٠: الدورة الأولى** استخدم طريقة جاوس لحل نظام المعادلات الخطية التالية:

$-٢س - ص + ع = -٣$

$-٢س + ٣ص - ع = ١$

$س + ٢ص - ع = ٤$

---

١٤) **٢٠٢٠ الدورة الثانية:**

عند حل نظام يتكون من معادلتين خطيتين بالمتغيرين س، ص بطريقة كريمر وجد أن:

$أ_س = \begin{bmatrix} ٥ & ١ \\ ٣ & ٠ \end{bmatrix}$ ، $أ_ص = \begin{bmatrix} ١ & ٣ \\ ٠ & ٢ \end{bmatrix}$ **جد قيمتي س،ص**

---

١٥) **٢٠٢٠ الدورة الثانية:**

حل المعادلتين $٣س = ٢ص - ١$ ، $\frac{س + ص}{٢} = ٤$ بطريقة كريمر

---

١٦) **٢٠١٩:**

حل النظام التالي باستخدام طريقة جاوس

$س - ص + ع = ٢ ، ٢س + ص - ع - ٧ = ٠ ، ٥ع - س = ٢$

---

١٧) **٢٠١٩ الدورة الثانية:**

حل النظام باستخدام طريقة جاوس $س + ٢ص = -١ ، س + ٤ص = ١$

الوحدة الرابعة

التكامل غير المحدود وتطبيقاته

الوحدة	رقم الدرس	موضوع الدرس	الصفحة	
			الأسئلة	الإجابات
الوحدة الرابعة التكامل غير المحدود وتطبيقاته	٤-١	التكامل غير المحدود	١١٧	٢٢٢
	٤-٢	قواعد التكامل غير المحدود	١٢١	٢٢٢
	٤-٣	تطبيقات التكامل غير المحدود	١٢٥	٢٢٢
	٤-٤	طرق التكامل	١٣٠	٢٢٣
		أولا: التكامل بالتعويض	١٣٤	٢٢٤
		ثانيا: التكامل بالأجزاء	١٣٧	٢٢٦
		ثالثا: التكامل بالكسور الجزئية	١٣٨	٢٢٧

الدرس الأول: التكامل غير المحدود

القسم الأول : أسئلة الاختيار من متعدد :

١) **٢٠٢٢ الدورة الأولى:** جد $\int \frac{١}{١+هـ^{-س}}$ دس حيث هـ العدد النيبيري

أ) $لـو_{هـ}|هـ^{س}+١|+جـ$ ب) $لـو_{هـ}|هـ^{س}-١|+جـ$

جـ) $هـ^{س}+س+جـ$ د) $لـو_{هـ}|هـ^{-س}+١|+جـ$

---

٢) **٢٠٢١ الدورة الثالثة:** ما ناتج $\int \frac{١}{جتا^{٢}س}$ دس

أ) ظاس+جـ ب) قاس+جـ جـ) ظا^{٢}س+جـ د) −ظتاس+جـ

---

٣) **٢٠٢١ الدورة الثالثة:**

إذا كان ن(س) = ٢س ، ك(س) = ٣س^{٢} فما قيمة $\int$ (ن(س)×ك(س)) دس ؟

أ) ٦س^{٣}+جـ ب) س^{٥}+جـ جـ) $\frac{س^{٦}}{٦}$+جـ د) $\frac{٣}{٢}$س^{٤}+جـ

---

٤) **٢٠٢١الدورة الأولى:**

إذا كان ق(س) هو اقتران أصلي للاقتران ن(س) المتصل في مجاله بحيث:

$\int \left(ن(س)+\frac{(ك^{٣}-١١)}{(س-١)^{٢}} \right)$ دس = ق(س) + $\frac{٣}{س-١}$ ، ما قيمة الثابت ك

أ) −٨ ب) −٢ جـ) ٢ د) ٨

---

٥) **٢٠٢١ الدورة الثانية:**

إذا كان ق(س) اقتراناً أصلياً للاقتران ن(س) = $\frac{١}{٣-س}$ ، س ≠ ٣ ، فما هو الاقتران ق(س) من الآتية؟

أ) −$لـو_{هـ}|٣-س|$ ب) $\frac{١}{(٣-س)^{٢}}$ جـ) $لـو_{هـ}|٣-س|$ د) $\frac{-١}{(٣-س)^{٢}}$

٦) **٢٠٢٠الدورة الأولى:**

إذا كان $\int\left(\frac{١}{س}\times ل(س)\right)ds = س + جـ$ ، $س \neq ٠$، فما قاعدة الاقتران $ل(س)$؟

أ) $س$ ب) $س^{٢}$ جـ) ١ د) صفر

---

٧) **٢٠٢٠ الدورة الأولى:**

ليكن $م(س)$ اقترانا أصلياً للاقتران $ن(س)$ المتصل على ح فإذا كان

$\int س^{٢} ن(س) ds = ٣م(س) + ٢س^{٢} + جـ$ فما قيمة $ن(١)$

أ) -٢ ب) ٥ جـ) ٧ د) $\frac{٧}{٢}$

---

٨) **٢٠٢٠ الدورة الثانية:**

إذا كان $م(س)$ اقتراناً أصلياً للاقتران $ن(س)$ فما العبارة الصحيحة مما يلي:

أ) $ن(س) = م(س)$ ب) $ن'(س) = م(س)$

جـ) $ن'(س) = م'(س)$ د) $ن(س) = م'(س)$

---

٩) **٢٠٢٠ الدورة الثالثة:**

إذا كان $\int(٢س - ١) ن(س) ds = س^{٣} + س^{٢} - ٣س + جـ$ وكان الاقتران $ن(س)$ متصلاً، فإن $ن'(٣)$؟

أ) ١,٦ ب) ٠,٨ جـ) ٥ د) ٦

---

١٠) **٢٠١٩الدورة الأولى:** إذا كان $\int ن(س) ds = اس^{٣} - ٣س$ ، $ن(س)$ اقتران متصل، وكان: $ن(٢) - ن(١) = ٨$ فما قيمة $ن(١)$

أ) ٣ ب) ٦ جـ) ٩ د) ٢١

---

١١) **٢٠١٩ صناعي:** إذا كان $م(س)$، $هـ(س)$ اقترانين أصليين للاقتران $ن(س)$ **وكان** $ل(س) = م(س) - هـ(س)$ فما قيمة $ل'(٥)$

أ) صفر ب) ٥ جـ) -٥ د) $ن'(٥)$

١٢) **٢٠١٩ صناعي:**

إذا كان ن(س) اقتران متصل على مجاله، وكان: $\int$ ن(س) ؤس = س^{٢} − جتاس + ٢ فما قيمة ن(٢)

أ) ٣ ب) ٢ جـ) ١ د) صفر

---

١٣) **٢٠١٩ الدورة الثانية :**

إذا كان م(س) ، هـ(س) اقترانين أصليين للاقتران المتصل ن(س) وكان

ن(٢) = ٩، ن$'$(٢) = ٤ فما قيمة (م هـ − هـ م)$'$(٢)

أ) −٨ ب) صفر جـ) ٨ د) ١٨

---

١٤) **٢٠١٩ الدورة الثانية :**

إذا كان ن(س) اقتراناً متصلاً وكان $\int$ ن(س) ؤس = س^{٣} − لـو$_{٣}$ س + جـ ، فما قيمة ن$'$(١) ؟

أ) ٧ ب) ٥ جـ) ٢ د) −٢

---

١٥) **٢٠١٨ الدورة الأولى:**

إذا كان م$_{١}$ (س) ، م$_{٢}$ (س) اقترانين أصليين للاقتران ن(س) بحيث

م$_{١}$ (س) = أ س^{٢} − ٦س − ٣ ، م$_{٢}$ (س) = ب س + ١ فإن قيم الثابتين أ ، ب على الترتيب هما؟

أ) ٠،٦− ب) ١ ، ٦− جـ) ١،٦ د) ٠،٦

---

١٦) **٢٠١٨ الدورة الثالثة:**

إذا كان م(س) اقتران أصلي للاقتران ن(س) = ٦س فإن م(س) ؟

أ) ٦ ب) ٦س+جـ جـ) ٣س^{٢} +جـ د) ٦س^{٢} +جـ

---

١٧) **٢٠١١:**

إذا كان م(س) ، هـ(س) اقترانين أصليين للاقتران ن(س) فإن (٣هـ − م)$'$(س) ؟

أ) ن$'$(س) ب) ٢ن$'$(س) جـ) ن(س) د) ٢ن(س)

القسم الثاني: الأسئلة المقالية:

١٨) **٢٠٢٠ الدورة الأولى:**

إذا علمت أن $\int (ن'(س)+ظتاس)$ ءس $=$ لـو$_{هـ}$ (ظاس قاس) حيث س $\in \left[٠، \frac{\pi}{٢}\right[$ أثبت أن

هـ'(س) $=$ ٢ظاس

---

١٩) **٢٠٢٠ الدورة الثانية:**

إذا كان م(س) اقتراناً أصلياً موجباً للاقتران ن(س) ، فإذا كان م(س) يمر بالنقطة (٣، هـ)، وكان ن(س) $=$ ٢س م(س) ، أثبت أن م$\left(\sqrt{٨}\right) = ١$

الدرس الثاني: قواعد التكامل غير المحدود

القسم الأول: أسئلة الاختيار من متعدد:

١) **٢٠٢١ الدورة الأولى:** ما قيمة $\int (٢س - ٤)^{٥}\, ى س$ ؟

أ) $\frac{(٢س - ٤)^{٦}}{٦} + جـ$ ب) $\frac{(٢س - ٤)^{٦}}{١٢} + جـ$

جـ) $١٠ (٢س - ٤)^{٤} + جـ$ د) $\frac{(٢س - ٤)^{٥}}{١٠} + جـ$

---

٢) **٢٠٢٠الدورة الأولى:**

إذا كان $ن(س) = \frac{ى}{ى س}(١ - \sqrt{س})$ فأي من الآتية تمثل $\int ن(س)\, ى س$

أ) $-\frac{١}{٢}\sqrt{س} + جـ$ ب) $س - \sqrt{س} + جـ$

جـ) $-\sqrt{س} + جـ$ د) $س - \frac{٢}{٣} س^{\frac{٣}{٢}} + جـ$

---

٣) **٢٠٢٠الدورة الأولى:** أي المقادير الآتية تساوي $\int ٤ظتا٢س ى س$ ؟

أ) $٢لـو_{هـ}|قتا٢س| + جـ$ ب) $لـو_{هـ}|جتا٢س| + جـ$

جـ) $٢لـو_{هـ}|قا٢س| + جـ$ د) $٢لـو_{هـ}|جا٢س| + جـ$

---

٤) **٢٠٢٠ الدورة الثانية:**

إذا كان $\int ن`(س) ى س = جا^{٢}س - ١جتاس + ١$ ، وكان $ن`\left(\frac{\pi}{٤}\right) = ٠$ فما قيمة الثابت ١؟

أ) $\sqrt{٢}$ ب) $-\sqrt{٢}$ جـ) $\frac{-١}{\sqrt{٢}}$ د) $\frac{١}{\sqrt{٢}}$

---

٥) **٢٠٢٠ الدورة الثانية:** ما ناتج $\int (قا^{٤}س - ظا^{٤}س) ى س$ ؟

أ) $-٢ظاس + س + جـ$ ب) $٢ظاس + قاس + جـ$

جـ) $ظا^{٢}س - قاس + جـ$ د) $٢ظاس - س + جـ$

---

٦) **٢٠٢٠ الدورة الثانية:** ما ناتج $\int\left(\frac{٤}{س}-هـ^{-س}\right)$ دس ؟

أ) $٤لـو_{هـ}|س|-هـ^{-س}+جـ$ ب) $٤لـو_{هـ}|س|+هـ^{-س}+جـ$

جـ) $٤لـو_{هـ}|س|-هـ^{س}+جـ$ د) $٤لـو_{هـ}|س|+هـ^{س}+جـ$

---

٧) **٢٠٢٠ الدورة الثانية:**

إذا علمت أن $\int\frac{هـ(س)}{هـ(س)+ن(س)}$ دس $=٢س+جـ$ ، فما ناتج $\int\frac{ن(س)}{هـ(س)+ن(س)}$ دس ؟

أ) $٣س+جـ$ ب) $٢س+جـ$ جـ) $-س+جـ$ د) $س^{٢}+جـ$

---

٨) **٢٠٢٠ الدورة الثالثة:** ما ناتج $\int(جتا^{٤}س-جا^{٤}س)$ دس ؟

أ) $جتا٢س+جـ$ ب) $\frac{١}{٢}جا٢س+جـ$ جـ) $-\frac{١}{٢}جا٢س+جـ$ د) $\frac{١}{٢}جتا٢س+جـ$

---

٩) **٢٠٢٠ الدورة الثالثة:** ما ناتج $\int قا^{٢}\frac{\pi}{٤}$ دس ؟

أ) $\frac{١}{٤}ظا\frac{\pi}{٤}+جـ$ ب) $٢س+جـ$ جـ) $\frac{٤}{\pi}ظا\frac{\pi}{٤}س+جـ$ د) ٢

---

١٠) **٢٠١٩:** ما قيمة $\int\frac{١}{جتا^{٢}س}$ دس ؟

أ) $ظاس+جـ$ ب) $-ظاس+جـ$ جـ) $ظتاس+جـ$ د) $-ظتاس+جـ$

---

١١) **٢٠١٩ صناعي:** ما ناتج $\int\left(هـ^{س}+\frac{٢}{س}\right)$ دس ؟

أ) $٢هـ^{س}+لـو_{هـ}|س|+جـ$ ب) $هـ^{س}-٢لـو_{هـ}|س|+جـ$

جـ) $هـ^{س}+٢لـو_{هـ}|س|+جـ$ د) $هـ^{س}-لـو_{هـ}|س|+جـ$

---

١٢) **٢٠١٩ الدورة الثانية :**

إذا كان $ق''(س)-هـ^{س}=٢$ وكان $ق'(١)=هـ$ ما قيمة $ق(٠)$ ؟

أ) صفر ب) -٢ جـ) -١ د) ١

---

١٣) **٢٠١٩ الدورة الثانية:** ما قيمة $\int لـو_{هـ}هـ^{٢}$ دس ؟

أ) $٢س+جـ$ ب) $هـ^{٢}س+جـ$ جـ) $هـ^{٢}+جـ$ د) $هـس+جـ$

---

١٤) **٢٠١٩ الدورة الثانية :**

إذا كان $\int \frac{أ}{(س+١)^{٢}} ى س = \frac{٢}{س+١} + جـ$، فما قيمة الثابت أ ؟

أ) -٢ ب) -١ جـ) ١ د) ٢

---

١٥) **٢٠١٩ الدورة الثالثة:** ما قيمة $\int \frac{هـ^{س+٢}}{هـ^{س+١}} ى س$ ؟

أ) $هـ^{س+١} + جـ$ ب) $س + جـ$ جـ) $هـ س + جـ$ د) $هـ^{٢} س + جـ$

---

١٦) **٢٠١٩ الدورة الثالثة:**

إذا كان $ن'(س) = ٢س + ٥$ ، فما قيمة $ن(٢) - ن(-٢)$ ؟

أ) صفر ب) ٨ جـ) ٢٠ د) ٢٨

---

١٧) **٢٠١٩ الدورة الثالثة:**

إذا كان $\int ن(س) ى س = س^{٢} - أ$ جتا$\frac{١}{٢}$ س وكان $ن(\pi) = ٣\pi$ فما قيمة الثابت أ؟

أ) ٦π ب) -٢π جـ) $\frac{\pi}{٢}$ د) ٢π

---

١٨) **٢٠١٨:** $\int هـ^{قا^{٢} س - ظا^{٢} س} ى س =$

أ) $هـ^{س} + جـ$ ب) $\frac{١}{هـ} س + جـ$ جـ) $هـ س + جـ$ د) $هـ^{-س} + جـ$

---

١٩) **٢٠١٧ الدورة الثانية:** $\int \frac{١}{٢}$ جتا ٤س ى س $=$ أ جا ٤س $+ جـ$ ، فإن قيمة الثابت أ ؟

أ) -٢ ب) $-\frac{١}{٨}$ جـ) $\frac{١}{٨}$ د) ٢

---

٢٠) **٢٠١٦:** $\int \frac{ى}{ى س} (جتا ٢س - ٢ جتا^{٢} س) ى س =$ ؟

أ) -١ ب) صفر جـ) ١ د) ٢

القسم الثاني: الأسئلة المقالية:

٢١) **٢٠٢١ الدورة الثانية:**

إذا كان $\int ن(س) ء س = ا س^{٢} + ب س + س لـو_{هـ} س$ وكان $ن(١) = ٢ ، ن'(\frac{١}{٢}) = ٦$

فجد $ا ، ب$

---

٢٢) **٢٠٢٠:** إذا كان $هـ^{س} ن(س) + هـ^{س} ن'(س) =$ جاس فما قاعدة الاقتران $ن(س)$ المار بنقطة الأصل؟

---

٢٣) **٢٠١٩ الدورة الثالثة:**

إذا كان $\int (ن'(س) + لـو_{هـ} س) ء س = ا هـ^{س^{٢}} - ٦$ وكان $ن'(١) = ٦ هـ$ ، فما قيمة $ا$ ؟

---

٢٤) **٢٠١٣:** جد $\int ظاس (ظاس + ظتاس) ء س$

---

٢٥) **٢٠١٠:** أوجد $\int (ظتا^{٢} س + ٥) ء س$

---

٢٦) **٢٠٠٨:** أوجد $\int (٥ ظتا^{٢} س + ١) ء س$

الدرس الثالث: تطبيقات التكامل غير المحدود

القسم الأول : أسئلة الاختيار من متعدد :

١) **٢٠٢٠الدورة الأولى:**

رسم مماس لمنحنى الاقتران ص = ن(س)عند النقطة (س،ص) فكان ميل العمودي على المماس عند نقطة التماس يساوي $\sqrt{١-س}$ فما قيمة ن(−٣) علماً أن ن(٠) = ١ ؟

أ) ٣ ب) ٧ جـ) ٥ د) −١

---

٢) **٢٠٢٠ الدورة الثانية:**

تحرك جسم في خط مستقيم بتسارع يعطى بالعلاقة ت = (٢ن − ٣) م/ث^{٢} فإذا كانت سرعته الابتدائية ٣م/ث فما سرعة الجسم بعد مرور ٤ ثوان؟

أ) ٢م/ث ب) ٤م/ث جـ) ٧م/ث د) ٥م/ث

---

٣) **٢٠١٩ الدورة الأولى:** إذا بدأ جسم التحرك في خط مستقيم من نقطة الأصل ومبتعدًا عنها فإذا كانت سرعته في أي لحظة تعطى بالعلاقةع(ن) = ٣ن^{٢} + ٢نفما بعده عن نقطة الأصل بعد ثانيتين من بدء الحركة؟

أ) ١٦م ب) ١٤م جـ) ١٢م د) ١٠م

---

٤) **٢٠١٩ الدورة الثانية:**

بدأ جسم التحرك في خط مستقيم من نقطة الأصل ومبتعداً عنها فإذا كان سرعته في أي لحظة تعطى بالعلاقة ع(ن) = ٦ن + ٢ ، فما بعده عن نقطة الأصل بعد ثانيتين من بدء الحركة؟

أ) ١٠م ب) ١٢م جـ) ١٤م د) ١٦م

---

٥) **٢٠١٨الدورة الأولى:** إذا كانت السرعة الابتدائية لجسم تساوى ١ م / ث وكان تسارعه عند أي لحظة يساوى ٢م / ث^{٢}، فإن سرعته بعد ثانيتين من بدء الحركة؟

أ) ٢سم/ ث ب) ٣ سم/ ث جـ) ٤سم/ ث د) ٥سم/ ث

٦) ٢٠١٨ الدورة الثالثة:

إذا كان ص = $\int_{هـ}^{س} لو_{هـ} س ءس$ فإن $\frac{ء ص}{ء س}$ عندما س = ١

أ) هـ ب) ١ جـ) ٠ د) ص = −هـ

---

٧) ٢٠١٧:

يتحرك جسيم بتسارع يعطى بالقاعدة ت = (١٢ ن − ٢) سم / ث^{٢} وكانت السرعة الابتدائية ٤ م/ ث، فإن سرعة الجسم عند ن = ٣ ثانية

أ) −٤٨ سم/ ث ب) −٥٢ سم/ ث جـ) ٤٨ سم/ ث د) ٥٢ سم / ث

---

٨) ٢٠١٧ الدورة الثانية:

يتحرك جسيم من السكون من نقطة الأصل بتسارع يعطى بالعلاقة ت = (٢ن + ١)سم/ث^{٢}، فإن سرعة الجسم عندما ن = ٣ هي:

أ) ٢سم/ ث ب) ٧ سم/ ث جـ) ٩سم/ ث د) ١٢سم/ ث

---

٩) ٢٠١٦: ليكن ق(٢) = ٣ ، ق′(س) = ٢س ، فإن ق(٣) =؟

أ) ١٠ ب) ٩ جـ) ٨ د) ٦

---

١٠) ٢٠١٦:

يتحرك جسم في خط مستقيم من نقطة الأصل بسرعة ابتدائية مقدارها ٣سم / ث وبتسارع قدره ٢ن + ١ سم / ث^{٢}، فإن سرعة الجسم بعد ثانية واحدة من بدء الحركة هي:

أ) ٢ سم/ ث ب) ٣ سم/ ث جـ) ٤ سم/ ث د) ٥ سم/ ث

القسم الثاني: الأسئلة المقالية:

١١) ٢٠٢١الدورة الاولى:

قذف جسم رأسيا الى أعلى من حافة سطح بناية بسرعة ابتدائية قدرها ٣٠ م/ ث، فإذا كان تسارعه −١٠ م/ ث^{٢}، وكان ارتفاعه عن سطح الأرض بعد ثانيتين من بدء الحركة يساوي ٦٠م فما أقصى ارتفاع وصله الجسم عن سطح الأرض؟

١٢) ٢٠٢١الدورة الأولى:

إذا كان ميل المماس لمنحنى الاقتران $ن(س)$عند أي نقطة عليه يساوي $\sqrt{س} + \frac{١}{\sqrt{س}}$، فجد قاعدة الاقتران $ن(س)$علماً بأن منحناه يمر بالنقطة $(١، \frac{٢}{٣})$؟

---

١٣) ٢٠٢١ الدورة الثانية:

تحرك جسم في خط مستقيم من نقطة الأصل مبتعداً عنها بسرعة ابتدائية مقدارها ٣ م/ ث ، فإذا كان تسارعه في أي لحظة يساوي ٦ق قدم / ث^{٢} فما المسافة التي قطعها الجسم خلال ٥ ثواني من بدء الحركة؟

---

١٤) ٢٠٢١ الدروة الثانية:

إذا كان ميل المماس لمنحنى الاقتران $ن(س)$عند أي نقطة عليه يساوي ب قا^{٢}س، جد قاعدة الاقتران $ن(س)$علماً بأن منحناه يمر بالنقطتين $(\frac{\pi}{٤}، ٣)$، $(\frac{\pi ٧}{٤}، -١)$

---

١٥) ٢٠٢٠الدورة الأولى:

إذا تحرك جسم في خط مستقيم من النقطة (و) مبتعداً عنها بسرعة ابتدائية مقدارها ٣ م/ ث ، فإذا كان تسارعه في أي لحظة يساوي (ن) م/ث^{٢} ، فما سرعته بعد ٥ ثوان من بدء الحركة ، وما المسافة التي قطعها خلال هذه الثواني ؟

---

١٦) ٢٠٢٠ الدورة الثانية:

إذا كان ميل المماس لمنحنى الاقتران $ن(س)$ يعطى بالعلاقة $ن'(س) = ٢ظا^{٢}س + ٨جتا^{٢}س$ أوجد قاعدة الاقتران $ن(س)$ علماً أن منحناه يمر بالنقطة $\left(\frac{\pi}{٤} ، \frac{\pi}{٢} + ٥\right)$

---

١٧) ٢٠٢٠ الدورة الثانية:

تحرك جسم في خط مستقيم ابتداءً من نقطة الأصل (و) وبسرعة ابتدائية مقدارها ٢٤ سم/ ث، فإذا كان تسارعه في أي لحظة يساوي-٦ ن سم/ ث أوجد إزاحته عن نقطة الأصل (و) بعد مرور ٤ ثواني.

---

١٨) **٢٠٢٠ الدورة الثالثة:**

إذا كان المستقيم ص = س + ٤ يمس منحنى الاقتران ق(س) عندما س = ١ وكان ق′(س) = ٦س + ٢ فأوجد قاعدة الاقتران ق(س).

---

١٩) **٢٠١٩ الدورة الأولى:**

إذا كان ميل المماس لمنحنى الاقتران ق(س) عند أي نقطة عليه يساوى (أس − ٣س٢)، جد قاعدة الاقتران ق(س) علما بأن المستقيم س + ص = ٤ يمس منحنى الاقتران عند النقطة (١، ق(١))

---

٢٠) **٢٠١٦:**

إذا كان ميل المماس لمنحنى الاقتران ق(س) عند النقطة (١، ٥) الواقعة عليه يساوي ٤ ، وكانت ق″(س) = ١٢ س − ٨ أوجد قاعدة الاقتران ق(س).

---

٢١) **٢٠١٥:**

يتحرك جسم في خط مستقيم بتسارع ت = ٣ن٢ + ن ، فإذا كانت سرعته بعد ثانيتين من بدء الحركة = ٣ أمثال سرعته الابتدائية ، فما سرعته بعد ٣ ثواني من بدء الحركة علماً بأن المسافة بالأمتار

---

٢٢) **٢٠١٤:**

أوجد معادلة المنحنى ص = ق(س) ، علماً بأن ص′ = ٢جتا٢س ومعادلة المماس للمنحنى عند النقطة (٠، ١) هي ص = س + ١

---

٢٣) **٢٠١١:**

يتحرك جسيم بتسارع يعطى بالعلاقة ت = (٦ن + ٤) ، إذا كانت السرعة الابتدائية للجسيم ٥ م / ث ، والمسافة المقطوعة بعد ثانيتين من بدء الحركة ٢٦ م ، جد المسافة المقطوعة بعد ثلاث ثوان.

---

٢٤) **٢٠١٠:**

إذا كان ميل المماس لمنحنى الاقتران ق(س) عند النقطة (١، ٨) يساوي ٤ وكانت ق″(س) = ١٢ اس − ٢ جد قاعدة الاقتران ق(س)

٢٥) **٢٠٠٩:**

إذا كانت سرعة جسيم في اللحظة ن تعطى بالقاعدة ع(ن) =جتا٢ن ، وكان الجسيم على بعد ٤ م عند بدء الحركة جد بعد هذا الجسيم عندما $ن = \frac{\pi}{٤}$

---

٢٦) **٢٠٠٨:**

إذا كان ميل المماس لمنحنى ق(س) عند النقطة (١، ٨) الواقعة عليه يساوي ٤ أوجد معادلة هذا المنحنى علماً بأن: ق "(س) = ١٢ س − ١٠

---

٢٧) **٢٠٠٧:**

إذا كانت ق"(س) = ٦س − ٤، وكان للاقتران ص = ق(س) قيمة صغرى محلية تساوى ٥ عندما س = ١ ، فجد معادلة المنحنى والقيمة العظمى المحلية للاقتران.

---

٢٨) **٢٠٠٧ دراسات:**

يتحرك جسيم بتسارع يعطى بالعلاقة ت = (١٢ ن − ٢) م/ ث٢، إذا كانت السرعة الابتدائية ٤م/ ث والمسافة المقطوعة بعد ٣ ثوان هي ٢٨ م، فأوجد المسافة المقطوعة بعد ٥ ثوان من بدء الحركة.

الدرس الرابع: طرق التكامل

القسم الأول : أسئلة الاختيار من متعدد :

١) **٢٠٢١ الدورة الثانية:**

أي من الآتية يساوي $\int ٥\,(١-س)(١+س)(١+س^{٢})\,ﺩس$ ؟

أ) $٥س-س^{٥}+جـ$ ب) $س-\frac{١}{٥}س^{٥}+جـ$

جـ) $١-س^{٤}+جـ$ د) $٥س+\frac{٥}{٣}س^{٣}+جـ$

---

٢) **٢٠٢٠ الدورة الأولى:** ما ناتج $\int س^{٦}\left(\frac{١-س}{س}\right)^{٦}ﺩس$ ؟

أ) $\left(\frac{-س+١}{-٧}\right)^{٧}+جـ$ ب) $٦(-س+١)^{٥}+جـ$

جـ) $\frac{١}{٧}س^{٧}\left(-لـو_{هـ}س+\frac{١}{س}\right)+جـ$ د) $\frac{-١}{٧}(١-س)^{٧}+جـ$

---

٣) **٢٠٢٠ الدورة الأولى:** ما ناتج $\int \frac{هـ^{س}}{هـ^{س-١}}ﺩس$ ؟ بحيث $هـ$ العدد النيبيري.

أ) $هـ^{س}+جـ$ ب) $لـو_{هـ}هـ^{س-١}+جـ$ جـ) $\frac{هـ^{٢}}{٢}+جـ$ د) $هـس+جـ$

---

٤) **٢٠٢٠ الدورة الأولى:** إذا كان $\int ٢س لـو_{هـ}س ﺩس = س^{٢}لـو_{هـ}س-\int ع ﺩن$ فما قيمة $ع ﺩن$

أ) $لـو_{هـ}س ﺩس$ ب) $س^{٢}ﺩس$ جـ) $س ﺩس$ د) $س لـو_{هـ}س ﺩس$

---

٥) **٢٠٢٠الدورة الأولى:** ما ناتج $\int قا^{٩}س ظاس ﺩس$ ؟

أ) $\frac{١}{٩}قا^{٩}س+جـ$ ب) $\frac{١}{١٠}قا^{١٠}س+جـ$

جـ) $\frac{١}{٨}قا^{٨}س+جـ$ د) $\frac{١}{٩}قا^{٩}س ظاس+جـ$

---

٦) **٢٠٢٠ الدورة الأولى:** إذا كان $ن(س)ن''(س)=٣س^{٢}$ ، $ن(س)>٠$ ، فما قيمة $ن\left(\sqrt[٣]{٧}\right)$ علماً بأن $ن(١)=٢$

أ) ٣ ب) ٤ جـ) ٥ د) ٦

٧) **٢٠٢٠ الدورة الأولى:**

إذا كان $ن'(س) = ٤ن(س)$ حيث $ن(س) > ٠$ فما قيمة $ن\left(\frac{١}{٢}\right)$ علماً أن $ن'(١) = ٤$ ؟

أ) $هـ^{٢}$ ب) $هـ^{-٢}$ جـ) -٤ د) ١

---

٨) **٢٠٢٠ الدورة الثانية:** ما ناتج $\int \frac{س - \sqrt{س}}{١ - \sqrt{س}}$ ؟

أ) $-\frac{٢}{٣}س^{\frac{٣}{٢}} + ج$ ب) $\frac{٢}{٣}س^{\frac{٣}{٢}} + ج$ جـ) $-\frac{٣}{٢}س^{\frac{٢}{٣}} + ج$ د) $\frac{٣}{٢}س^{\frac{٢}{٣}} + ج$

---

٩) **٢٠٢٠ الدورة الثانية:** أي من الآتية تساوي $\int \frac{(س^{٢} + س^{٣})^{٥}}{س^{١٠}}$ ؟

أ) $\frac{(١ + س)^{٦}}{٦} + ج$ ب) $\frac{(س^{٢} + س^{٣})^{٦}}{٦} + ج$

جـ) $\frac{٥(س^{٢} + س^{٣})^{٤}}{س^{٢}} + ج$ د) $لـو_{هـ}|س^{١٠}| + ج$

---

١٠) **٢٠٢٠ الدورة الثانية:** ماذا يساوي $\int \frac{هـ^{ظاس}}{٢جتا^{٢}س}$ ؟

أ) $٢قا^{٢}س \, هـ^{ظاس} + ج$ ب) $\frac{١}{٢}هـ^{ظاس} + ج$

جـ) $\frac{١}{٢}قاس \, هـ^{ظاس} + ج$ د) $٢هـ^{ظاس} + ج$

---

١١) **٢٠٢٠ الدورة الثالثة:** إذا كان $\int ٢س لـو_{هـ} س \, ص س = س^{٢} لـو_{هـ} س - \int ع ص$

فما المقدار ع ص

أ) $لـو_{هـ} س ص س$ ب) $س^{٢} ص س$ جـ) $س ص س$ د) $س لـو_{هـ} س ص س$

---

١٢) **٢٠١٩ الدورة الأولى:**

إذا علمت أن $\int س^{٢} جتاس \, ص س = س^{٢} جاس + \int ع ص$ فما قيمة ع ص ؟

أ) س جاس ص س ب) س جتاس ص س

جـ) ٢س جاس ص س د) $-٢س$ جاس ص س

---

١٣) **٢٠١٩ الدورة الثانية:** ما ناتج $\int$ جاس قاس ه س ؟

أ) لـو$_{ه}$ |جاس| + جـ
ب) - لـو$_{ه}$ |جتاس| + جـ
جـ) لـو$_{ه}$ |جتاس| + جـ
د) -لـو$_{ه}$ |جاس| + جـ

---

١٤) **٢٠١٩ الدورة الثانية:**

إذا كان ميل المماس لمنحنى الاقتران ن(س) عند أي نقطة عليه $\frac{٢س}{س^{٢}+هـ}$، فما قاعدة ن(س) علماً أن منحناه يمر بالنقطة (٣،٠)

أ) لـو$_{ه}$ $(س^{٢}+هـ)+٣$
ب) لـو$_{ه}$ $(س^{٢}+هـ)+٤$
جـ) لـو$_{ه}$ $(س^{٢}+هـ)+٢$
د) لـو$_{ه}$ $(س^{٢}+هـ)-٢$

---

١٥) **٢٠١٨ الدورة الثانية:** $\int س^{٥}\left(٦-\frac{١}{س}\right)^{٥}$ ه س = ؟

أ) $\frac{(٦س-١)^{٦}}{٦}$ + جـ
ب) $\frac{(٦س-١)^{٦}}{٣٦}$ + جـ
جـ) $\frac{(٦س-١)^{٥}}{٣٠}$ + جـ
د) $(٦س-١)^{٦}$ + جـ

---

١٦) **٢٠١٨ الدورة الثالثة:** جد $\int$ قاس ظاس ه س =

أ) قاس + جـ
ب) ظاس + جـ
جـ) ظاس قاس + جـ
د) قا^{٢} س + جـ

---

١٧) **٢٠١٦:** $\int$ جتاس قتاس ه س =

أ) لـو$_{ه}$ |جتاس| + جـ
ب) ظتاس + جـ
جـ) - لـو$_{ه}$ |جاس| + جـ
د) لـو$_{ه}$ |جاس| + جـ

---

١٨) **٢٠١٦:** $\int \frac{هـ^{س+٣}}{هـ^{س}}$ ه س =

أ) هـ^{٣} س + جـ
ب) هـ^{٣س} + جـ
جـ) هـ^{٤س} + جـ
د) ٣ س + جـ

١٩) ٢٠١٨+ ٢٠١٤ الدورة الثانية: $\int$ ظتاس ىس =

أ) لـو$_{هـ}$ |جاس| +جـ
ب) لـو$_{هـ}$ |قاس| +جـ
جـ) لـو$_{هـ}$ |قتاس| +جـ
د) − لـو$_{هـ}$ |جتاس| +جـ

---

٢٠) ٢٠١٢: $\int$ جاس جتاس ىس = ؟

أ) $\frac{١}{٢}$ جا^{٢} ٢س+جـ
ب) $\frac{١}{٢}$ جتا^{٢} ٢س+جـ
جـ) − $\frac{١}{٤}$ جا٢س+جـ
د) − $\frac{١}{٤}$ جتا٢س+جـ

---

٢١) ٢٠١١: $\int \frac{هـ^{س+١}}{هـ^{س-١}}$ ىس

أ) $\frac{هـ^{٣}}{٣}$ +جـ
ب) − س+جـ
جـ) لـو$_{هـ}$ هـ$^{س-١}$ +جـ
د) هـ^{٢} س+جـ

القسم الثاني: أجب عن الأسئلة التالية:

أولاً: التكامل بالتعويض

جد التكاملات الآتية :

٢٢) الدورة الأولى ٢٠٢٢: $\int (س+١)^{٣}(س^{٢}+٢س+٦)^{٤}\,ء س$

٢٣) الدورة الثانية ٢٠٢٢: $\int (س^{٢}+٤س)\sqrt{س+٢}\,ء س$

٢٤) الدورة الثانية ٢٠٢٢: $\int ظا^{٥}س\,قا س\,ء س$

٢٥) الدورة الأولى ٢٠٢١: $\int \frac{١}{(٢جاس+جتاس)^{٢}}\,ء س$

٢٦) الدورة الأولى ٢٠٢١: $\int ظا^{٣}س\,ء س$

٢٧) الدورة الأولى ٢٠٢٠: $\int \frac{١}{س^{٥}\sqrt[٥]{(س^{٥}+١)}}\,ء س$

٢٨) الدورة الأولى ٢٠٢٠: $\int \frac{١}{قتاس}لـو_{هـ}(١+جاس)\,ء س$

٢٩) الدورة الثانية ٢٠٢٠: $\int (لـو_{هـ}س)^{٢}\,ء س$

٣٠) الدورة الثالثة ٢٠٢٠: $\int قا^{٢}\sqrt{س}\,ء س$

٣١) الدورة الأولى ٢٠١٩: $\int \frac{٤جاس}{٣+جا^{٢}س}\,ء س$

٣٢) الدورة الأولى ٢٠١٩: $\int \frac{(س+١)^{٣}}{(س^{٢}+٢س+٤)^{٦}}\,ء س$

٣٣) **٢٠١٩ الدورة الثانية:**

إذا كان ميل العمودي على المماس لمنحنى الاقتران ص = ق(س) عند أي نقطة عليه (س، ص) يساوي ٢س $\sqrt{\text{لو}_{هـ} س^{٢} + ١٤}$ فما قاعدة الاقتران ص = ق(س) علماً بأن منحناه يمر بالنقطة (هـ، ٢)

٣٤) **٢٠١٨ الدورة الأولى:** $\int \sqrt{\sqrt{س} + ١}$ د س

٣٥) **٢٠١٨ الدورة الأولى:** $\int$ قاس (قاس + ظاس)^{٧} د س

٣٦) **٢٠١٨ الدورة الأولى:** $\int$ ٢س جتاس د س

٣٧) **٢٠١٨ الدورة الثانية:** $\int \sqrt{س}$ لو$_{هـ}$ س د س

٣٨) **٢٠١٨ الدورة الثالثة:** $\int \frac{س}{\text{قتاس}}$ د س

٣٩) **٢٠١٧:** $\int \sqrt[٣]{س^{٥} - س^{٣}}$ د س

٤٠) **٢٠١٧:** $\int$ جتا٢س (جتاس + جاس)^{١٣} د س

٤١) **٢٠١٧ الدورة الثانية:** $\int \frac{س^{٢} - ٢س}{\sqrt{س + ٢}}$ د س

٤٢) **٢٠١٧ إكمال:** $\int \frac{س هـ^{س}}{(س + ١)^{٢}}$ د س

٤٣) **٢٠١٧ الدورة الثانية:** $\int$ قا^{٧} س ظاس د س

٤٤) **٢٠١٦ إكمال:** $\int س^{٥}$ لو$_{هـ}$ س د س

٤٥) **٢٠١٤:** $\int \frac{س هـ^{س}}{(س + ١)^{٢}}$ د س

٤٦) ٢٠١٤ إكمال: $\int جا^{٢}س جتا^{٣}س\,ds$

٤٧) ٢٠١٣: $\int \frac{(س^{٢}+س)(٢س+١)}{(س^{٢}+س-١)^{١٠}}\,ds$

٤٨) ٢٠١٢: $\int (س^{٣}-٢)^{٧}\,س^{٥}\,ds$

٤٩) ٢٠١٢ إكمال: $\int (١+ظاس)^{٢}\,ds$

٥٠) ٢٠١١: $\int \sqrt{س^{٣}+٥س^{٥}}\,ds$

٥١) ٢٠١٠ إكمال: $\int (س+٢)(س-١)^{٧}\,ds$

٥٢) ٢٠٠٨: $\int (س^{٣}-٣س^{٥})^{\frac{١}{٣}}\,ds$

٥٣) ٢٠٠٧: $\int \frac{٣س}{\sqrt[٣]{١+٦س}}\,ds$

٥٤) ٢٠٠٧: $\int (٢جتا^{٢}س-٤)\,ds$

٥٥) ٢٠٠٧ دراسات: $\int هـ^{ظاس}\,قا^{٢}س\,ds$

ثانيا: التكامل بالأجزاء

جد التكاملات الآتية :

٥٦) ٢٠٢٢ الدورة الأولى: $\int \left(\frac{\text{لـو}_{\text{هـ}} س}{س}\right)^{٢} \, ds$

٥٧) ٢٠٢١الدورة الأولى: $\int \frac{٤س}{هـ^{٢س-١}} \, ds$

٥٨) ٢٠٢١ الدورة الثانية: $\int ٢س^{٣} \text{لـو}_{\text{هـ}}(س^{٢}+١) \, ds$

٥٩) ٢٠١٥: $\int \text{جا}\sqrt{٤-٢س} \, ds$

٦٠) ٢٠١٤: $\int \frac{س \text{جتا} س}{\text{جا}^{٣} س} \, ds$

٦١) ٢٠١٤ إكمال: $\int س \text{لـو}_{\text{هـ}} س \, ds$

٦٢) ٢٠١٣ الإكمال: $\int هـ^{\sqrt{س}} \, ds$

٦٣) ٢٠١١ إكمال: $\int \frac{س}{هـ^{س}} \, ds$

٦٤) ٢٠٠٨: $\int س^{١٠} \text{لـو}_{\text{هـ}} س \, ds$

٦٥) ٢٠٠٨ إكمال $\int ٢س^{٣} \text{جا} س^{٢} \, ds$

٦٦) ٢٠٠٧ دراسات: $\int \text{جا}\sqrt{س} \, ds$

٦٧) ٢٠٠٧ إكمال: $\int هـ^{س} \text{جا} س \, ds$

ثالثا: التكامل بالكسور الجزئية

جد التكاملات الآتية :

٦٨) ٢٠٢٢ الدورة الثانية: $\int \frac{٢}{س - س(لـو_{هـ} س)} \, د س$

٦٩) ٢٠٢٠ الدورة الأولى: $\int \frac{هـ^{س}}{هـ^{٢س} + هـ^{س} - ٢} \, د س$

٧٠) ٢٠٢٠ الدورة الثانية: $\int \frac{جا^{٣} س}{٢ + جتا س} \, د س$

٧١) ٢٠١٩ الدورة الثانية: $\int \frac{س}{س^{٤} + س^{٢}} \, د س$

٧٢) ٢٠١٩ الدورة الثالثة: $\int \frac{٢س - ٢}{س^{٢} - ٣س - ٤} \, د س$

٧٣) ٢٠١٨ الدورة الثانية: $\int \frac{هـ^{س}}{هـ^{٢س} - هـ^{س} - ٢} \, د س$

٧٤) ٢٠١٨ الدورة الثالثة: $\int \frac{س + ٢}{س^{٢} - ١} \, د س$

٧٥) ٢٠١٧: $\int \frac{١٢}{س(لـو_{هـ} س - ٣)(١ - لـو_{هـ} س)} \, د س$

٧٦) ٢٠١٦: $\int \frac{س^{٢} + ٢س + ٥}{س^{٢} + ٢س - ٣} \, د س$

٧٧) ٢٠١٥: $\int \frac{س + ٢}{(س^{٢} - س)} \, د س$

٧٨) ٢٠١٥ اكمال: $\int \frac{هـ^{س}}{هـ^{٢س} - ٣هـ^{س} - ٤} \, د س$

٧٩) ٢٠١٤: $\int \frac{١}{س \sqrt{س + ١}} \, د س$

٨٠) ٢٠١٤ اكمال: $\int \frac{٢ جاس}{جتا^{٢}س - جتاس - ٢} ؤس$

٨١) ٢٠١٣ إكمال: $\int \frac{٤ ؤس}{س^{٢} - ٢س}$

٨٢) ٢٠١٢: $\int \frac{٢ ؤس}{١ - س^{٢}}$

٨٣) ٢٠١٢ إكمال: $\int \frac{٢١ ؤس}{س^{٢} - ٤}$

٨٤) ٢٠١٠: $\int \frac{س + ١}{س^{٢} - ٤} ؤس$

٨٥) ٢٠١١: $\int \frac{ؤس}{س^{٢} - س - ٢}$

٨٦) ٢٠٠٩: $\int \frac{ؤس}{س + ٣\sqrt{س} + ٢}$

٨٧) ٢٠٠٩ إكمال: $\int \frac{٣ ؤس}{س^{٢} - ٢س}$

٨٨) ٢٠٠٨: $\int \frac{جاس جتاس}{جتا^{٢}س - ٣جتاس + ٢} ؤس$

٨٩) ٢٠٠٨ إكمال: $\int \frac{٥ ؤس}{س - \sqrt{س} - ٦}$

٩٠) ٢٠٠٧ دراسات: $\int \frac{٢س + ٤}{س^{٢} - ٢س} ؤس$

٩١) ٢٠٠٧ إكمال: $\int \frac{س + ٣}{س^{٢} + ٣س + ٢} ؤس$

الوحدة الخامسة

التكامل المحدود وتطبيقاته

محتويات الوحدة الخامسة/ التكامل المحدود وتطبيقاته

الوحدة	رقم الدرس	موضوع الدرس	الصفحة	
			الأسئلة	الإجابات
الوحدة الخامسة التكامل المحدود وتطبيقاته	٥-١	التجزئة ومجموع ريمان	١٤٢	٢٢٩
	٥-٢	التكامل المحدود	١٤٩	٢٣٠
	٥-٣	العلاقة بين التفاضل والتكامل	١٥٦	٢٣١
	٥-٤	خصائص التكامل المحدود	١٧٠	٢٣٣
	٥-٥	تطبيقات التكامل المحدود	١٨٣	٢٣٤
		أولا: المساحة	١٨٣	٢٣٤
		ثانيا: الحجوم الدورانية	١٨٩	٢٣٥

الدرس الأول: التجزئة ومجموع ريمان

القسم الأول : أسئلة الاختيار من متعدد :

١) ٢٠٢٢ الدورة الأولى :

ما رتبة العنصر الذي قيمته ١٠،٨ في التجزئة المنتظمة $\sigma_{١٠٠}$ للفترة [٢ ، ١٢] ؟

أ) ٩٠ ب) ٨٩ جـ) ٨٨ د) ٨٧

---

٢) ٢٠٢١الدورة الأولى:

إذا كانت $\sigma_{١٢}$ تجزئة منتظمة للفترة [-١ ، ١٩]، فما ترتيب الحد الذي قيمته $\frac{٣٢}{٣}$ فيها؟

أ) الثامن ب) السابع جـ) السادس د) التاسع

---

٣) ٢٠٢١الدورة الثانية:

إذا كانت $\sigma_{٩}$ تجزئة منتظمة للفترة [-١ ، ٥] وكانت الفترة الجزئية الرابعة هي [٠ ، $\frac{١}{٣}$]، فما عدد عناصر التجزئة $\sigma_{٩}$ ؟

أ) ١٧ ب) ١٨ جـ) ١٩ د) ٢٠

---

٤) ٢٠٢٠ الدورة الأولى :

لتكن $\sigma_{٥٠}$ تجزئة منتظمة للفترة [١ ، ٣١] ، فما قيمة $\sum_{ر=١}^{٥٠}(س_ر - س_{ر-١})$؟

أ) ٣٠ ب) ٥٠ جـ) ٣٢ د) $\frac{٣}{٥}$

---

٥) ٢٠٢٠الدورة أولى :

إذا كانت $\sigma_{٣} = \{-٣، -١، ١، ٣\}$ تجزئة للفترة [-١ ، ٣] وكان $ن(س) = ٢س$ حيث $س^*_ر = س_{ر-١}$ فما قيمة $م(ن، \sigma_٣)$ ؟

أ) -١٤ ب) -١٦ جـ) -٧ د) ٨

---

٦) ٢٠٢٠الدورة الثانية :

إذا كان $\sigma_{٣} = \{-٢ ، ٠ ، ١ ، ٣\}$ تجزئة للفترة [-٢،٣] وكان $ن(س) = أس^٢ - ٢$ ،

$(ن، \sigma_٣) = ٣٠$ حيث $س^*_ر = س_{ر-١}$ فما قيمة أ ؟

أ) ٤ ب) $\frac{٨}{٣}$ جـ) $\frac{٢١}{٥}$ د) ٢

٧) ٢٠٢٠ الدورة الثانية :

إذا كان $\sigma_{١٠}$ تجزئة منتظمة للفترة [أ ، ١٦] ، وكانت الفترة الجزئية الإحدى والعشرون هي [٨ ، ء] فما قيمة الثابت أ ؟

أ) ٦ ب) -٦ جـ) ١٢ د) -١٢

---

٨) ٢٠٢٠الدورة الثانية :

ليكن عدد عناصر التجزئة المنتظمة $\sigma_{ن}$ للفترة [أ ،ب] يساوي ٩ عناصر ، وكانت الفترة الجزئية الرابعة منها $\left[٥ ، \frac{٢١}{٤}\right]$ فما قيمة ب − أ

أ) ٢ ب) ٤ جـ) $\frac{٩}{٤}$ د) $\frac{٩}{٢}$

---

٩) ٢٠٢٠الدورة الثالثة :

إذا كانت $\sigma_{ن}$ تجزئة منتظمة للفترة [٠ ، ٢٠] وكان العنصر الرابع فيها يساوي (٦) ، فما عدد الفترات الجزئية الناتجة من تلك التجزئة ؟

أ) ٢٠ ب) ١١ جـ) ١٠ د) ٩

---

١٠) ٢٠١٩ الدورة الأولى :

إذا كانت $\sigma_{ن}$ تجزئة منتظمة للفترة [-٢ ، ٧] ، وكان $س_{٦} = ١$ فما عدد عناصر التجزئة ؟

أ) ٥٥ ب) ٥٤ جـ) ١٩ د) ١٨

---

١١) ٢٠١٩الدورة الثانية:

إذا كانت $\sigma_{٨}$ تجزئة منتظمة للفترة [أ ، ٦] وكان طول الفترة الجزئية = $\frac{١}{٤}$ فما قيمة العنصر الثامن في هذه التجزئة ؟

أ) $\frac{٢٣}{٤}$ ب) $\frac{٢٢}{٤}$ جـ) ٦ د) ٤

---

١٢) ٢٠١٨الدورة أولى :

إذا كانت $\sigma_{٢٠}$ تجزئة منتظمة للفترة [٢ ، ١٢] ، فإن الفترة الجزئية العاشرة في هذه التجزئة هي:

أ) [٥ ، ٦,٥] ب) [٦ ، ٦,٥] جـ) [٥,٦ ، ٧] د) [٧ ، ٧,٥]

١٣) **٢٠١٨ الدورة الأولى :**

إذا كان $ن(س) = ٤س$ معرفا على الفترة $[١، أ]$ بحيث كانت $م(\sigma_{٩}، ن) = ١٦ + \frac{٨}{٩}$ ،

فإن قيمة $أ$ هي :

أ) ٢ ب) ٣ جـ) ٤ د) ٦

---

١٤) **٢٠١٨الدورة الثانية:**

الفترة الجزئية التاسعة الناتجة عن التجزئة $\sigma_{١٠}$ المنتظمة للفترة $[-٢، ٣]$

أ) $[٢، ٢,٥]$ ب) $[١,٥، ٢]$ جـ) $[١، ١,٥]$ د) $[-٠,٥، ٠]$

---

١٥) **٢٠١٨الدورة الثالثة :**

إذا كانت $\sigma_{٩}$ تجزئة منتظمة للفترة $[٥، ٢٠]$ وكانت الفترة الجزئية السادسة الناتجة عن التجزئة $\sigma_{٩}$ هي $[أ ، ٨]$ ، فإن عدد عناصر التجزئة

أ) ٢٥ ب) ٢٦ جـ) ٣٠ د) ٣١

---

١٦) **٢٠١٧ الدورة الأولى :**

إذا كانت $\sigma_{٨} = [١، ٩، ..... ، ٦٥]$ تجزئة منتظمة للفترة $[١، ٦٥]$ وكان $[س_{ر-١}، س_{ر}]$ فترة جزئية لهذه التجزئة فإن قيمة $\sum_{ر=١}^{٨} (س_{ر} - س_{ر-١}) =$

أ) ٨ ب) ٩ جـ) ٦٤ د) ٦٥

---

١٧) **٢٠١٧الدورة الثانية :**

إذا كانت $\sigma_{٩} = \{٠، \frac{٥}{٩}، \frac{١٠}{٩}، ..... ، ٢٠\}$ تجزئة منتظمة للفترة $[٠، ٢٠]$ فإن عدد عناصر التجزئة هو:

أ) $٤ن$ ب) $٤ن+١$ جـ) $٤ن-١$ د) $٥ن$

---

(١٨) **٢٠١٧الدورة الثانية:**

إذا كانت ن(س) = ٢س، س∈[٠،٢]، وكانت $\sigma_{ن}$ ، تجزئة نونية منتظمة للفترة [٠،٢] بحيث

$س_{ر}^{*} = س_{ر}$ فإن م($\sigma_{ن}$ ، ن) = ؟

أ) $\frac{٨}{ن^{٢}}\sum_{ر=١}^{ن}ر$ ب) $\frac{٨}{ن}\sum_{ر=١}^{ن}ر$ جـ) $\frac{٤}{ن^{٢}}\sum_{ر=١}^{ن}ر$ د) $\frac{٤}{ن}\sum_{ر=١}^{ن}ر$

---

(١٩) **٢٠١٦:**

إذا كانت $\sigma_{ن}$ تجزئة نونية للفترة [-١،٥] وكان طول الفترة الجزئية يساوي $\frac{١}{٣}$ فإن عدد عناصرها ؟

أ) ٢٠ ب) ١٩ جـ) ١٨ د) ٦

---

(٢٠) **٢٠١٥:**

إذا كانت $\sigma_{٢٤}$ تجزئة منتظمة للفترة [٢،ب] وكان $\sum_{ر=١}^{٢٤}(س_{ر} - س_{ر-١}) = ١٢$ فإن قيمة الثابت ب هي :

أ) ١٢ ب) ١٤ جـ) ٢٤ د) ٢٦

---

(٢١) **٢٠١٤اكمال :**

إذا كان العنصر السابع في التجزئة المنتظمة $\sigma_{١٤}$ في الفترة [١،١٢-أ] يساوي ١ ، فإن قيمة أ ؟

أ) ٢ ب) - ٢ جـ) - ١ د) صفر

---

(٢٢) **٢٠١٤ :**

إذا كانت $\sigma_{٥}$ تجزئة منتظمة للفترة [أ،ب] وكان $\sum_{ر=١}^{٥}(س_{ر} - س_{ر-١}) = ١٠$ فإن طول الفترة الجزئية [$س_{٤}$،ب]

أ) ١٠ ب) ٢,٥ جـ) ٢ د) ١

---

(٢٣) **٢٠١٣:**

إذا كانت $\sigma_{ن}$ = {١، ١٧، ٠٠٠، ١٩، ٠٠٠، ٩٩} تجزئة منتظمة للفترة [١،٩٩] فإن عدد الفترات الجزئية الناتجة عن التجزئة $\sigma_{ن}$ ؟

أ) ٤٨ ب) ٤٩ جـ) ٥٠ د) ٥١

(٢٤) ٢٠١٢:

إذا كانت $\sigma_{١٢}$ تجزئة منتظمة للفترة [٣،ب] وكان العنصر التاسع = ٥ فإن قيمة الثابت ب تساوي :

أ) ١٢ ب) ١٠ جـ) ٨ د) ٦

---

(٢٥) ٢٠١٢الاكمال :

إذا كانت $\sigma_{ن}$ تجزئة منتظمة للفترة [١،٧] وكان العنصر الثاني فيها ١,٣ فإن ن = ؟

أ) ١٩ ب) ٢٠ جـ) ٢١ د) ٢٢

---

(٢٦) ٢٠١١ :

إذا كان العنصر السادس في تجزئة نونية منتظمة للفترة [−٢،٤] يساوي ١، فما عدد عناصر هذه التجزئة ؟

أ) ١٠ ب) ١١ جـ) ١٢ د) ١٣

---

(٢٧) ٢٠١١ الاكمال :

إذا كانت $\sigma_{١٢}$ تجزئة منتظمة للفترة [٢ ، أ] وكان العنصر السابع يساوي ٨ ، فما قيمة أ؟

أ) ١٤ ب) ١٣ جـ) ١١ د) ١٣

---

(٢٨) ٢٠١٠ :

إذا كانت $\sigma_{٦}$ = {أ−٢،٠ ، ٠،٨} تجزئة منتظمة للفترة ، فإن قيمة أ تساوي

أ) − ٦ ب) − ٥ جـ) − ٣ د) − ٤

---

(٢٩) ٢٠١٠الاكمال :

إذا كانت $\sigma_{٨}$ تجزئة منتظمة للفترة [−١،٣] ، فما الفترة الجزئية الأخيرة؟

أ) [٢،٣] ب) [٢،٧٥،٣] جـ) [٢،٥،٣] د) $\left[٣،\frac{٢٣}{٩}\right]$

---

(٣٠) ٢٠٠٩ :

إذا كانت $\sigma_{ن}$ = { ١ ، $\frac{٥}{٣}$ ، $\frac{٧}{٣}$ ، ....١٥} تجزئة منتظمة للفترة [١،٥١] فإن عدد عناصر هذه التجزئة

أ) ٢١ ب) ٢٢ جـ) ٢٠ د) ١٥

---

(٣١) ٢٠٠٩الاكمال :

إذا كانت $\sigma_{٩}$ تجزئة منتظمة للاقتران [-١٢،٢٠] ، وكان العنصر السادس فيها يساوي - ٢

فإن عدد عناصر هذه التجزئة يساوي :

أ) ١٦ ب) ١٥ جـ) ١٧ د) ٢٠

---

(٣٢) ٢٠٠٨ :

إذا كانت $\sigma_{٩}$ تجزئة منتظمة للفترة [٠،٢] وكان العنصر الرابع فيها يساوي (٦) فإن عدد عناصر $\sigma_{٩}$ يساوي :

أ) ٢٠ ب) ١١ جـ) ١٠ د) ٩

---

(٣٣) ٢٠٠٨ الاكمال :

إذا كان $ن(س) = س^{٢}$ ، $س \in [١،٣]$ وكانت $\sigma_{٢}$ تجزئة منتظمة للفترة ذاتها $س_{ر}^{*} = س_{ر}$

فإن $م(\sigma_{٢}، ن)$ يساوي :

أ) ٥ ب) $\frac{٢٦}{٣}$ جـ) ١٣ د) ١٤

القسم الثاني : الأسئلة المقالية :

(٣٤) ٢٠٢٢ الدورة الأولى :

إذا كان $ن(س) = ٢س + ب$ معرفاً في الفترة [-١،٧] وكانت $\sigma_{٤}$ تجزئة رباعية منتظمة للفترة [-١،٧] بحيث $م(ن، \sigma_{٤}) = ١٦$ عندما $س_{ر} = س_{ر-١}$. جد قيمة الثابت ب .

---

(٣٥) ٢٠٢٢الدورة الثانية:

لتكن $\sigma_{١٢}$ تجزئة منتظمة للفترة [ب ،٢ب + ١] ، وكان العنصر الخامس فيها يساوي ١١ ، فما قيمة الثابت ب ؟

---

(٣٦) ٢٠٢١الدورة الثانية:

إذا كانت $\sigma_{١٢}$ تجزئة منتظمة للفترة [أ،٨] وكان العنصر التاسع فيها يساوي مثلي العنصر الثالث، فما قيمة الثابت أ ؟

---

(٣٧) ٢٠٢١ الدورة الثانية :

إذا كان $\upsilon(س)$ اقتراناً معرفاً ومحدوداً في الفترة $[٠، ١٠]$، وكانت $\sigma_{٢٠}$ تجزئة منتظمة في الفترة $[٠، ١٠]$ بحيث $ق(\sigma_{٢٠}، \upsilon) = ٢٧$ عندما $س_ر^* = س_ر$، وكانت $ق(\sigma_{٢٠}، \upsilon) = ١٦$ عندما $س_ر^* = س_{ر-١}$، ما قيمة $\upsilon(١٠) - \upsilon(٠)$ ؟

---

(٣٨) ٢٠٢١الدورة الثالثة :

إذا كانت $\sigma_ن$ تجزئة منتظمة للفترة $[أ، ٨]$ بحيث $س_ر - س_{ر-١} = \frac{١}{٤}$ لجميع قيم $ر$ الممكنة، جد عدد عناصر التجزئة $\sigma_ن$ علماً بأن العنصر الخامس فيها يساوي ٣.

---

(٣٩) ٢٠٢٠الدورة الأولى :

لتكن $\sigma_ن$ تجزئة نونية منتظمة للفترة $[أ ، ١٤]$ وكان العنصر الخامس والسابع : ٦ ، ١٠ على الترتيب

أوجد : ١) طول الفترة الكلية ٢) قيمة $ن$

---

(٤٠) ٢٠٢٠ الدورة الأولى :

إذا كان $\upsilon(س) = ٥س - ٢$ معرفاً على الفترة $[١، ب]$ ، وكانت $\sigma_٥$ تجزئة خماسية منتظمة لهذه الفترة بحيث $ق(\sigma_٥، \upsilon) = ٣٦$ ، أوجد قيمة ب حيث $س_ر^* = س_ر$

---

(٤١) ٢٠٢٠الدورة الثانية:

إذا كان $\upsilon(س)$ ، $هـ(س)$ اقترانين معرفين في الفترة $[١، ٢]$ وكان

$هـ(س) = ٣\upsilon(س) + س$ بحيث $ق(\sigma_٤، \upsilon) = ٦$ أوجد $ق(\sigma_٤، هـ)$ معتبراً $س_ر^* = س_ر$

علماً بأن $\sigma_٤$ تجزئة منتظمة للفترة $[١، ٢]$

الدرس الثاني: التكامل المحدود

القسم الأول : أسئلة الاختيار من متعدد :

١) ٢٠٢٢ الدورة الأولى :

إذا كان $\int_{٣}^{-١} ن(س)\,ﻫس = ا$، وكانت $\sigma_{ن}$ تجزئة منتظمة للفترة $[-١، ٣]$ بحيث كان

$م(\sigma_{ن}، ن) = ا + \frac{٤ - ٨ن^{٢}}{٢ن^{٢}}$، فما قيمة الثابت ا ؟

أ) -٢ ب) -١ جـ) ٢ د) ٤

---

٢) ٢٠٢١الدورة الأولى :

إذا كان ن(س) اقتراناً قابلاً للتكامل على الفترة [٢، ٣]، وكانت $\sigma_{ن}$ تجزئة منتظمة للفترة [٢، ٣]، بحيث كانت $م(\sigma_{ن}، ن) = \frac{١}{ن}(٧ن + ٢)$، فما قيمة

$\int_{٢}^{٣} \left(\frac{س ن(س) + ٢ن(س)}{(س + ٢)} - ٣ \right) ﻫس$ ؟

أ) ٤ ب) ٧ جـ) ٩ د) ١٠

---

٣) ٢٠٢١الدورة الثانية:

إذا كان ن(س) اقتراناً متصلا على ح، ويمر بالنقطة (-٢،-٥) وكان

$\int_{-٢}^{٣} (ن(س) + س ن'(س)) ﻫس = ١٧$، فما قيمة ن(٣) ؟

أ) ٠.٢٥ ب) ١ جـ) ٢ د) ٩

---

٤) ٢٠٢٠ الدورة الأولى :

إذا كان $م(\sigma_{ن}، ن) = ٦ + \frac{٢ن^{٢} + ٢ن}{ن^{٢}}$ ، $\sigma_{ن}$ تجزئة نونية منتظمة للفترة [١،٤] فما قيمة

$\int_{١}^{٤} ن(س) ﻫس$ ؟

أ) ٦ ب) ٨ جـ) ١٠ د) ١٢

---

٥) ٢٠٢٠ الدورة الثانية:

إذا كان $\int_{١}^{٣} ن(س)\,ds = -٢٤$ ، وكانت $\sigma_{ن}$ تجزئة منتظمة للفترة $[٣،١]$ ،

$م(ن، \sigma_{ن}) = \frac{٤ن - ١٢ن^{٢}}{ن^{٢}}$ للاقتران $ن(س)$ على الفترة $[٣،١]$ فما قيمة الثابت $أ$ ؟

أ) -١٢ ب) ١٠ جـ) ١٢ د) ١٤

---

٦) ٢٠١٩ الدورة الأولى:

إذا كان $ن(س)$ اقترانا قابلا للتكامل على الفترة $[٢،٠]$ وكانت $\sigma_{ن}$ تجزئة منتظمة للفترة $[٢،٠]$ بحيث أن:

$م(ن، \sigma_{ن}) = \frac{٥ + ٦ن}{٢ن}$ فما قيمة $\int_{٠}^{٢} (ن(س) - ٢س)\,ds$ ؟

أ) ٣ ب) $\frac{٥}{٢}$ جـ) $\frac{٣}{٢}$ د) -١

---

٧) ٢٠١٩ الدورة الثانية :

إذا علمت أن $\int_{-١}^{٤} ٢ن(س)\,ds = ٢٤$ وكان $م(ن، \sigma_{ن}) = \frac{(١ + ن)(١ + ٢ن)}{ن^{٢}}$ حيث $\sigma_{ن}$ تجزئة نونية منتظمة للفترة $[-١،٤]$ فما قيمة الثابت $أ$ ؟

أ) ٢ ب) ٤ جـ) ٦ د) ١٢

---

٨) ٢٠١٩ الدورة الثالثة:

إذا كان $ن(س) = ٢س$ معرفا على الفترة $[٢،١]$ وكانت $\sigma_{ن}$ تجزئة منتظمة للفترة $[٢،١]$ فإن

$\lim_{ن \to \infty} م(ن، \sigma_{ن}) =$ ؟

أ) ٣ ب) ٢ جـ) ١ د) غير موجودة

---

٩) ٢٠١٨ الدورة الثانية:

إذا كان $ن(س) = ٣س^{٢}$ ، $س \in [٢،١]$ وكانت $\sigma_{ن}$ تجزئة منتظمة للفترة $[٢،١]$ فإن $\lim_{ن \to \infty} م(ن، \sigma_{ن}) =$

أ) ٦ ب) ٧ جـ) ٨ د) ٩

١٠) ٢٠١٧ الدورة الأولى :

إذا كان ق(س) اقتران معرف ومحددا على الفترة [٠،٢] ، وكانت $\sigma_{ن}$ تجزئة منتظمة لهذه الفترة بحيث

أن: $ر(\sigma_{ن}، ق) = \frac{٤ + ٨ن ٢ + ٢ن ١}{٣ن ٢}$ فإن $\int_{٠}^{٢} (٣ق(س) + ٢س) ٤س = ؟$

أ) ٨ ب) ٤ جـ) ١٢ د) ١٦

---

١١) ٢٠١٦:

إذا كان ق[−٣،١] ← ع متصلاً وكانت $\sigma_{ن}$ تجزئة نونية منتظمة للفترة [−٣،١] وكان

$ر(\sigma_{ن}، ق) = -٤ - \frac{٥ - ٢ن}{ن}$ ، فإن $\int_{-١}^{٣} ق(س) ٤س$ يساوي

أ) ٦ ب) ٤ جـ) ٢ د) ١

---

١٢) ٢٠١٤الاكمال:

إذا كان ق(س) معرفاً ومحدداً على الفترة [٠،٢]، $\sigma_{ن}$ تجزئة منتظمة للفترة [٠،٢]،بحيث

$ر(\sigma_{ن}، ق) = \frac{٢ا ن ٢ + ٣ن ا + ا}{٣ن ٢}$ فإن قيمة الثابت ا التي تجعل $\int_{٠}^{٢} ق(س) ٤س = \frac{٨}{٣}$ هي :

أ) ٨ ب) ٤ جـ) ٣ د) صفر

---

١٣) ٢٠١٣ الاكمال :

إذا كان ق(س) متصلاً على[١،٣] وكانت $\sigma_{ن}$ تجزئة منتظمة للفترة[١،٣] بحيث

$ر(\sigma_{ن}، ق) = -٢ - \frac{٥ - ٣ن}{٢ن}$ ، فإن $\int_{١}^{٣} ق(س) ٤س = ؟$

أ) $\frac{-٧}{٢}$ ب) $\frac{١}{٢}$ جـ) $\frac{٧}{٢}$ د) $\frac{٩}{٢}$

---

١٤) ٢٠١٠ا:

إذا كان ق(س) اقتراناً متصلاً على[١،٢] وكانت $\sigma_{ن}$ تجزئة منتظمة لنفس الفترة

بحيث أن $ر(\sigma_{ن}، ق) = \frac{٧ن ٢ - ٣ن ٢}{٢ن ٢}$ ، فإن $\int_{٢}^{١} ق(س) ٤س$ يساوى

أ) $\frac{٢}{٣}$ ب) $-\frac{٢}{٣}$ جـ) $\frac{٣}{٢}$ د) $-\frac{٣}{٢}$

١٥) ٢٠٠٨:

ب اقتران معرف على [٠،٢] ، $\sigma_{ن}$ تجزئة منتظمة لها بحيث أن $\text{ر}(\sigma_{ن}، ب) = \frac{٥ + ٤ن}{٢ن}$

فإن $\int_{٠}^{٢} ب(س)\,ds$ يساوي:

أ) ٧ ب) ٢ جـ) -٢ د) -٧

القسم الثاني: الأسئلة المقالية:

١٦) ٢٠٢٢ الدورة الثانية:

إذا كان $ب(س) = ٢ + هـ^{س}$ معرفا في الفترة [-١،٢] ، وكانت $\sigma_{٣}$ تجزئة منتظمة للفترة نفسها فجد

$\text{ر}(\sigma_{٣}، ب)$ معتبراً $س_{ر}^{*} = س_{٣}$

---

١٧) ٢٠٢١الدورة الأولى:

استخدم تعريف التكامل المحدود في إيجاد قيمة $\int_{-١}^{٤} (٢س - ٥)\,ds$

---

١٨) ٢٠٢١الدورة الأولى:

إذا كان $\text{ر}(\sigma_{ن}، ب) = ٦ + \frac{٤ + ٨ + ١٢ + \cdots + ٤ن}{ن^{٢}}$ ، حيث $\sigma_{ن}$ تجزئة نونية

منتظمة للفترة [١، ٤]، فما قيمة $\int_{١}^{٤} (٢ب(س))\,ds$ ؟

---

١٩) ٢٠٢١ الدورة الأولى :

إذا كان $\int_{١}^{هـ^{٢}} (١ + لـو_{هـ} س)\,ds = ٢هـ^{٢}$ ، فما قيمة $\int_{١}^{هـ^{٢}} (١ + لـو_{هـ} س)^{٢}\,ds$

---

٢٠) ٢٠٢١الدورة الثانية:

استخدم تعريف التكامل المحدود في إيجاد قيمة $\int_{-٣}^{٥} (٢س + ٤)\,ds$ ؟

---

٢١) ٢٠٢١الدورة الثانية:

إذا كان $\int_{ب}^{٢} ٣س ب'(س) هـ^{ب(س)}\,ds = ٢هـ - ١$ ، $ب(٢) = ١$ ، فما قيمة $\int_{ب}^{٢} هـ^{ب(س)}\,ds$ ؟

٢٢) **٢٠٢١ الدورة الثالثة :** جد $\int_{1}^{e} \frac{\ln s}{s} \, ds$ ؟

---

٢٣) **٢٠٢٠الدورة الثانية:**

إذا كان $ن(س) = (٢ - ٣س)$ حيث $س \in [١،٣]$ معتبراً $س_ر^* = س_ر$ احسب

$\int_{1}^{3} ن(س) \, ds$ باستخدام تعريف التكامل المحدود

---

٢٤) **٢٠٢٠الدورة الثالثة:**

إذا كان $ن(س) = س^٢ - ٢س$ وكانت σ تجزئة رباعية منتظمة للفترة $[-٣،٥]$

فاحسب $ر(ن، \sigma)$ حيث $س_ر^* = س_{ر-١}$

---

٢٥) **٢٠١٩ الدورة الأولى :**

استخدم تعريف التكامل المحدود في إيجاد $\int_{2}^{4} (٨س - ٣) \, ds$

---

٢٦) **٢٠١٩الدورة الثانية:**

استخدم تعريف التكامل المحدود في ايجاد قيمة $\int_{1}^{3} (٥ - ٤س) \, ds$

---

٢٧) **٢٠١٨الدورة الأولى:**

استخدم تعريف التكامل المحدود في إيجاد $\int_{1}^{3} (١٠ - ٨س) \, ds$ معتبر $س_ر^* = س_ر$

---

٢٨) **٢٠١٨ الدورة الثانية :**

استخدم تعريف التكامل المحدود في إيجاد $\int_{1}^{4} (٢س + ٣) \, ds$ ،معتبرا $س_ر^* = س_ر$

---

٢٩) **٢٠١٨الدورة الثالثة:**

إذا كان $ن(س) = س^٢ + ٢س + ٩$، وكانت σ تجزئة منتظمة للفترة $[-٢،٦]$ ، فاحسب

$ر(ن، \sigma)$ معتبرًا $س_ر^* = س_ر$

٣٠) ٢٠١٧الدورة الأولى:

استخدم تعريف التكامل المحدود في إيجاد $\int_{١}^{٣} (٢ - ٤س) ؤس$ ، معتبراً $س_ر^* = س_ر$

---

٣١) ٢٠١٧ الدورة الثانية :

استخدم تعريف التكامل المحدود في إيجاد $\int_{١}^{٥} (٩ - ٤س) ؤس$ ،معتبرا $س_ر^* = س_ر$

---

٣٢) ٢٠١٦:

استخدم تعريف التكامل المحدود في إيجاد $\int_{-١}^{١} (٢س - ٥) ؤس$ ، معتبرا $س_ر^* = س_ر$

---

٣٣) ٢٠١٥:

استخدم تعريف التكامل المحدود في إيجاد $\int_{١}^{٣} (٢س - ١) ؤس$

---

٣٤) ٢٠١٥ الاكمال :

احسب $\int_{١}^{٤} (٢س - ٦) ؤس$ باستخدام تعريف التكامل المحدود

---

٣٥) ٢٠١٤:

استخدم تعريف التكامل المحدود في إيجاد $\int_{٢}^{٥} (٤ - ٢س) ؤس$

---

٣٦) ٢٠١٤الاكمال:

إذا كان $ن(س)$ اقتران قابل للتكامل على الفترة $[-٢، ٣]$، وكان

$ر(σ_ن، ن) = ٥ + \frac{٣ن_٢^٢ + ٢ن_٢ - ١}{ن_٢^٢}$ ، حيث $σ_ن$ تجزئة نونية منتظمة لهذه الفترة أوجد ما يلي :

أ) $\int_{-\frac{١}{٢}}^{٢} ن(٢س - ١) ؤس$ ب) $\int_{٣}^{-٢} (٤ن(س) - -س) ؤس$

(٣٧) ٢٠١٣ :

استخدم تعريف التكامل المحدود في إيجاد $\int_{-٢}^{٣} (٢س - ٥)$ دس

---

(٣٨) ٢٠١٢:

استخدم تعريف التكامل المحدود في إيجاد $\int_{٠}^{٢} (س + ٢)$ دس

---

(٣٩) ٢٠١٠الاكمال:

استخدم تعريف التكامل المحدود في إيجاد $\int_{٠}^{٤} (٢س + ٥)$ دس

---

(٤٠) ٢٠١٠ :

استخدم تعريف التكامل المحدود في إيجاد $\int_{-٣}^{١} (٣س + ٢)$ دس

---

(٤١) ٢٠٠٩:

استخدم تعريف التكامل المحدود في إيجاد $\int_{١}^{٣} (٢س - ٤)$ دس

---

(٤٢) ٢٠٠٨:

بين أن $ه(س) = \begin{cases} س^{٢} - س & ، س \neq ٣ \\ ٤ & ، س = ٣ \end{cases}$ قابل للتكامل على الفترة $[٤،٢]$

---

(٤٣) ٢٠٠٨ :

باستخدام تعريف التكامل المحدود ، جد $\int_{٠}^{٢} (س + ١)$ دس معتبراً $س_ر^* = س_ر$

الدرس الثالث: العلاقة بين التفاضل والتكامل

القسم الأول : أسئلة الاختيار من متعدد :

١) ٢٠٢٢ الدورة الأولى :

إذا كان م(س) اقتراناً أصلياً للاقتران المتصل ن(س) ، حيث م(١) = ٥ ، $\int_{١}^{٣} (ن(س) + ٢س) ؤس = ٦$ ،

فما قيمة م(٣) ؟

أ) ١١ ب) ٣ جـ) ١ د) − ٣

---

٢) ٢٠٢٢الدورة الأولى:

إذا كان $\int_{ب}^{س} ن(ص) ؤص = ب س^{٢} + ٨$ ، فما قيمة ن(ب) ؟

أ) ٨ ب) ٢ جـ) − ٢ د) − ٨

---

٣) ٢٠٢١الدورة الأولى:

إذا كان ن(س) = س لـو$_{هـ}$ س ، فما قيمة $\int_{\frac{١}{٢}}^{\frac{هـ}{٢}} ن''(س) ؤس$ ؟

أ) −١ ب) صفر جـ) ١ د) هـ

---

٤) ٢٠٢١ الدورة الأولى :

إذا كان $\int_{ب}^{لـو_{٢}ب} هـ^{س^{٢}} ؤس = \frac{٣}{٢}$ ، فما قيمة الثابت ب ؟

أ) ٢ ب) −٢،٢ جـ) ١ د) هـ

---

٥) ٢٠٢١الدورة الثانية:

إذا كان $\int_{١}^{٣} ن(س) ؤس = ٣$ فما قيمة $\int_{٢}^{٤} (ن(س − ١) + ١) ؤس$ ؟

أ) ٣ ب) ٤ جـ) ٥ د) ٦

٦) **٢٠١٩الدورة الأولى:**

إذا كان $\int_{\frac{\pi}{٦}}^{س} ن(ص)\,ص ص = -\frac{١}{٢}+$جاس، وكان $ن(س)$ اقترانا متصلا على الفترة $\left[\frac{\pi}{٦}, \frac{\pi}{٢}\right]$

فما قيمة $ن\left(\frac{\pi}{٣}\right)$ ؟

أ) $-\frac{١}{٢}$ ب) صفر جـ) $\frac{١}{٢}$ د) $\frac{-\sqrt{٣}}{٢}$

---

٧) **٢٠١٩ الدورة الأولى :**

إذا كان $ن(هـ)=٥$ ، $ن(١)=١$ ، فما قيمة $\int_{٠}^{١} هـ^{س} ن'(هـ^{س})\,ص س$ ؟

أ) ٦ ب) ٤ جـ) ٢ د) -٤

---

٨) **٢٠١٩ صناعي:**

إذا كان $\int_{٠}^{ك} ٢ك\,ص س = \int_{١}^{ك} (٤س+١)\,ص س$، ما قيمة الثابت ك ؟

أ) صفر ب) ١ جـ) ٣ د) ٥

---

٩) **٢٠١٩صناعي:** ما قيمة $\int_{١}^{٢} (٢س-١)^{٣}\,ص س$ ؟

أ) ٤٨ ب) ٤٠ جـ) ٢٠ د) ١٠

---

١٠) **٢٠١٩ صناعي :**

إذا كان $ص = \int_{٠}^{\pi} (جا^{٢}س \times جا^{٣}(\pi-س))\,ص س$ فما قيمة $\frac{ص ص}{ص س}$ عندما $س=\frac{\pi}{٣}$ ؟

أ) صفر ب) $\frac{١}{٢}$ جـ) $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ د) $\frac{٣}{٤}$

---

١١) **٢٠١٩الدورة الثانية:** إذا كان $ن(س) = \int_{١}^{س} \frac{١}{١+هـ^{س}}\,ص س$ فما قيمة $ن'(٢)$؟

أ) -١ ب) صفر جـ) لـو$_{هـ}$٢ د) ٢

١٢) **٢٠١٩الدورة الثانية:**

إذا كان $\int_{١}^{س} ن(ص)\,ص = ا\,س^{٢} - ٣س + ٢$ ، $ن(س)$ متصل ، فما قيمة $ن(١)$ ؟

أ) صفر ب) -١ جـ) ١ د) ٢

---

١٣) **٢١٩ الدورة الثانية :**

إذا كان $\int_{١}^{ب} ن(س)\,س = ٨$ فما قيمة $\int_{٧}^{٣} ٤ن(س-٢)\,س$ ؟

أ) ٣٢ ب) ١٤ جـ) -٨ د) -٣٢

---

١٤) **٢٠١٩الدورة الثالثة:**

إذا علمت أن $\int_{ب}^{س} ن(ص)\,ص = س هـ^{س}$ وكان $ن(س)$ اقتراناً متصلاً على الفترة $[٣،٠]$ فما قيمة $ن(١)$ ؟

أ) هـ ب) ٢هـ جـ) هـ^{٢} د) ٣هـ

---

١٥) **٢٠١٨الدورة الأولى:**

إذا كان $م(س)$ هو اقتران أصلي للاقتران $ن(س)$ وكان $م(١) - م(٩) = ٦$ ، فإن

$\int_{١}^{٣} ٤س\,ن(س^{٢})\,س = ؟$

أ) -١٢ ب) -٦ جـ) ٦ د) ١٢

---

١٦) **٢٠١٨ الدورة الأولى :**

$\int_{٢}^{٤} |س - ١|\,س =$

أ) ٢ ب) ٤ جـ) $\frac{٩}{٢}$ د) ٦

---

١٧) **٢٠١٨الدورة الأولى:**

إذا كان $ن(س)$ متصلا، $ت(س) = \int_{٠}^{س} ن(ص)\,ص = س - جا\pi س$ فإن $ن(٢) =$

أ) $\pi + ١$ ب) ١ جـ) ٠ د) $\pi - ١$

١٨) **٢٠١٨الدورة الثانية:**

إذا كان م(س) = $\sqrt{س^{٢}+١}$ هو اقتران أصلي للاقتران ن(س) فإن $\int_{١}^{\sqrt{٧}}$ ن(س) د س = ؟

أ) $\sqrt{٢}$ ب) $\sqrt{٦}$ جـ) ٢ $\sqrt{٢}$ د) ٣ $\sqrt{٢}$

---

١٩) **٢٠١٨ الدورة الثانية :**

إذا كان $\int_{٠}^{٢}$ (أ س + ب) د س = ١٣، أ ≠ ٠ فإن $\frac{ب}{أ}$ = ؟

أ) $\frac{١}{٢}$ ب) $\frac{٢}{٣}$ جـ) ١ د) ٢

---

٢٠) **٢٠١٧الدورة الأولى:** $\int_{١}^{٥}$ [$\frac{١}{٢}$ س + ١] د س =

أ) ٨ ب) ١٢ جـ) ١٥ د) ١٦

---

٢١) **٢٠١٧الدورة الأولى:**

إذا كان ن(س) اقترانا متصلا و ت(س) = $\int_{١}^{س}$ ن(ص) د ص، هـ(س) = س^{٢} + $\int_{١}^{س}$ ن(ص) د ص

بحيث ت(٢) = −٣، ت′(٢) = ٢ ، فإن هـ′(٢) = ؟

أ) ٦ ب) ٨ جـ) ١ د) −٣

---

٢٢) **٢٠١٧ الدورة الثانية :**

إذا كان ن(س) اقترانا متصلا وكان اقترانه المكامل ت(س) = $\int_{٢}^{س}$ ن(ص) د ص = ب س^{٢} − ٦ س فإن قيمة الثابت ب تساوي

أ) $\frac{٢}{٣}$ ب) ٣ جـ) −٣ د) $\frac{٣}{٢}$

---

٢٣) **٢٠١٧الدورة الثانية:** $\int_{٠}^{١}$ س^{٢} $\sqrt{س}$ د س =

أ) $\frac{٢}{٧}$ ب) $\frac{٢}{٥}$ جـ) $\frac{٥}{٢}$ د) $\frac{٧}{٢}$

٢٤) ٢٠١٧الدورة الثانية:

إذا كان ت(٥)=٧، ت(٢)=-٤ ، فإن $\int_{٢}^{٥} (ت'(س)-٣)\,ds$ = ؟

أ) ١١ ب) -٦ جـ) ٢٠ د) ٢

---

٢٥) ٢٠١٦ :

إذا كان $ت(س)=\int_{س}^{\pi} (جاص-جتاص)\,ds$ فإن ت'(س) = ؟

أ) جتاس-جاس ب) جاس-جتاس

جـ) -جاس-جتاس د) صفر

---

٢٦) ٢٠١٦: $\int_{-٢}^{١} |س-٢|\,ds$ =

أ) ٤,٥ ب) ٧,٥ جـ) -٤,٥ د) -٧,٥

---

٢٧) ٢٠١٦الاكمال: $\int_{١}^{٢} ٢\sqrt[٣]{س} \times س^{\frac{٢}{٣}}\,ds$ =

أ) -٣ ب) ١ جـ) ٢ د) ٣

---

٢٨) ٢٠١٦ اكمال : إذا كان $\int_{١}^{٢} ٩س\,ds = \int_{٠}^{١} (س+ب)\,ds$ فإن قيمة ب تساوى:

أ) ٩ ب) ١٠ جـ) ١٣ د) ١٤

---

٢٩) ٢٠١٦اكمال: $\int_{٢}^{٣} \frac{١}{س^{٢}}\,ds$ =

أ) $\frac{١}{٦}$ ب) $\frac{١}{٢}$ جـ) $\frac{٥}{٦}$ د) $\frac{١}{٦}$

---

٣٠) ٢٠١٥: إذا كان $\int_{\frac{\pi}{٢}}^{س} ت(ص)\,ds = ٢جاس+جـ$ فإن قيمة الثابت جـ هي :

أ) ٢ ب) صفر جـ) ١ د) -٢

(٣١) ٢٠١٥ : $\int_{٧}^{١٠} [\frac{١}{٣}س + ١] ؤس =$

أ) ٧ ب) ١٠ جـ) ١١,٥ د) ١٢

---

(٣٢) ٢٠١٥:

إذا كان ح(س) ، ل(س) اقترانين أصليين للاقتران ن(س) وكان $\int_{٢}^{٨} (ل(س) - ح(س)) ؤس = ١٨$ ،

فإن $\int_{٣}^{٥} (ح(س) - ل(س)) ؤس$ ؟

أ) -٦ ب) -٣ جـ) ٣ د) ٦

---

(٣٣) ٢٠١٥:

إذا كان ن(س) = سلـو س ، فإن $\int_{١}^{هـ} ن''(س) ؤس =$ ؟

أ) ١ ب) ٢ جـ) هـ د) ٣

---

(٣٤) ٢٠١٥ اكمال :

إذا كان ن(س) متصلاً وكان $\int_{٠}^{س} ن(ص) ؤص = س + جاس$ ، فإن ن(π) = ؟

أ) ١ ب) ٢ جـ) π د) صفر

---

(٣٥) ٢٠١٥اكمال: $\int_{٠}^{١} [٢س + ١] ؤس =$

أ) $\frac{١}{٢}$ ب) ٣ جـ) $\frac{٣}{٢}$ د) صفر

---

(٣٦) ٢٠١٤اكمال:

إذا كان ن(س) = $\int_{١}^{٢} ٢س ؤس + \int_{١}^{٢} \frac{س^{٢}}{٢س + ١} ؤس$ ، فإن ن′(١) =

أ) $\frac{١}{٣}$ ب) ١ جـ) ٢ د) $\frac{٧}{٣}$

٣٧) ٢٠١٤ اكمال (الضفة):

إذا كان ق(س) اقتران أصلي للاقتران ن(س) وكان ق(٢) = ٥، ق′(٢) = ٣، ق(١) = ٧، ق′(١) = ٢

فإن $\int_{١}^{٢} ن(س)\,ﻫس = ؟$

أ) ١ ب) -١ جـ) ٢ د) -٢

---

٣٨) ٢٠١٤اكمال:

$$\int_{١}^{٣} \left(٥ + \int_{٣}^{١} ٥ﻫس \right) ﻫس =$$

أ) ٢٠ ب) ١٠ جـ) -١٠ د) صفر

---

٣٩) ٢٠١٤اكمال:

الاقتران المكامل ت(س) للاقتران ﻫ(س) = ٣س^{٢} − ٢س + ١ على الفترة [٥،٢] هو

أ) س^{٣} − س^{٢} + س − ٦ ب) س^{٣} − س^{٢} + س + ٦

جـ) ٦س − ٢ د) ٣س^{٢} − ٢س + ١

---

٤٠) ٢٠١٣ :

إذا كان ت(س) = $\int_{س}^{٤} (٢ - ٢ص)\,ﻫص$ فإن ت′(س) = ؟

أ) ٢س − س^{٢} ب) ٢ − ٢س جـ) ٢س − ٢ د) صفر

---

٤١) ٢٠١٣

$$\int_{٢}^{٥} [س + ٣]\,ﻫس =$$

أ) ٢١ ب) ١٨ جـ) ١٣ د) ١١

---

٤٢) ٢٠١٢:

إذا كان ن(س) متصلاً على ح وكان $\int_{س}^{٢} ن(ص)\,ﻫص = س^{٢} + ٥س - ١٤$ ، فإن ن(٤) = ؟

أ) -١٣ ب) -٢٢ جـ) ١٣ د) ٢٢

٤٣) ٢٠١٢ :

إذا كان ق(س) اقتراناً أصليا للاقتران ن(س) على [٢،٣]، وكان ق(٢) = ٤ ، ق(٣) = ١٠ فإن $\int_{٢}^{٣} ن(س) ء س$ = ؟

أ) ١٠ ب) ٦ جـ) ٤ د) ١

---

٤٤) ٢٠١٢ اكمال:

إذا كان $\int_{\frac{\pi}{٤}}^{س} ن(ص) ء ص = ٢ جتا^{٢} س + جـ$ فإن جـ = ؟

أ) -٢ ب) -١ جـ) ١ د) ٢

---

٤٥) ٢٠١١:

إذا كان ت(س) = $\int_{أ}^{س} ن(ص) ء ص = س^{٣} - ١$ فإن قيمة الثابت أ = ؟

أ) -١ ب) صفر جـ) ١ د) ٢

---

٤٦) ٢٠١١ اكمال : $\int_{٢}^{٤} |س - ٢| ء س$ =

أ) ٢ ب) -٢ جـ) ١ د) صفر

---

٤٧) ٢٠١٠:

إذا كان ن(س) اقتراناً قابلاً للتكامل على الفترة [٠،٦] ، فإن إحدى العبارات التالية صحيحة :

أ) $\int_{ب}^{س} ن(ص) ء ص = س - جتاس$ ب) $\int_{ب}^{س} ن(ص) ء ص = س - جتاس - ١$

جـ) $\int_{ب}^{س} ن(ص) ء ص = س - جتاس + ١$ د) $\int_{ب}^{س} ن(ص) ء ص = س - جتاس + ٣$

---

٤٨) ٢٠١٠ اكمال:

إذا كان $\int_{\frac{\pi}{٤}}^{س} ن(ص) ء ص = ٢ جتا^{٢} س + جـ$ فإن قيمة الثابت جـ تساوي:

أ) -٢ ب) -١ جـ) صفر د) ٢

٤٩) ٢٠١٠ اكمال :

إذا كان ق(س) = $\frac{٥س}{س^{٢}+٣}$ ، اقتراناً أصلياً للاقتران ن(س) فإن قيمة $\int_{١}^{٢}$ ن(س) د س = ؟

أ) $\frac{٥}{٢٨}$ ب) $-\frac{٥}{٢٨}$ جـ) $\frac{١٠}{٧}$ د) $\frac{١٠}{٤}$

---

٥٠) ٢٠٠٩:

إذا كان $\int_{س}^{-١}$ ن(ص) د ص = $س^{٢}+ب س$ ، فإن قيمة ب هي :

أ) ١ ب) -١ جـ) ٢ د) -٢

---

٥١) ٢٠٠٩اكمال:

إذا كان $\int_{أ}^{س}$ ن(ص) د ص = $س^{٣}-٤س^{٢}+٣$ متصل فإن ن(١) = ؟

أ) صفر ب) -٥ جـ) -٢ د) ١

---

٥٢) ٢٠٠٨ :

قيمة أ التي تجعل $\int_{٣}^{س}$ ن(ص) د ص = $س^{٢}+$ أ هي :

أ) -٩ ب) -٣ جـ) صفر د) ٣

---

٥٣) ٢٠٠٨:

$\frac{د}{د س}\left(\int_{س}^{٢}(٣ص^{٢}-٦)د ص\right)$ يساوي :

أ) ٦س ب) $س^{٣}-٦س+ج$ جـ) $٣س^{٢}-٦$ د) $٦-٣س^{٢}$

---

٥٤) ٢٠٠٨اكمال:

إذا كان ت(س) = $\int_{٠}^{س}$ ن(ص) د ص = ١ + س-جتاس حيث ن(س) متصل عند [٠ ، π] فإن

ن$\left(\frac{\pi}{٢}\right)$ تساوي :

أ) $١+\frac{\pi}{٢}$ ب) ٢ جـ) ١ د) -١

٥٥) ٢٠٠٧ :

إذا كان ت(س) = س^{٢} + ٥س+جـ هو الاقتران المكامل للاقتران ق على الفترة [١،٣]

فإن جـ = ؟

أ) -٢٤ ب) ٢٤ جـ)-٦ د)٦

---

٥٦) ٢٠٠٧:

$$\int_{٠}^{٢} [س+١]\,ds = $$

أ) ٢ ب) ٣ جـ) ٤ د)٦

---

٥٧) ٢٠٠٧دراسات:

إذا كان $\int_{٠}^{س} ق(ص)\,ds = س جتا\pi س$ فإن ق(٤) = ؟

أ) -٤ ب) ٤ جـ) ١ د) صفر

القسم الثاني: الأسئلة المقالية:

٥٨) ٢٠٢٢ الدورة الأولى :

إذا كان ت(س) = $\begin{cases} أ س^{٣} - س & ، ١ \geq س \geq ٣ \\ ٥ س^{٢} + ب س + جـ & ، ٣ < س \geq ٧ \end{cases}$

هو الاقتران المكامل للاقتران ق(س) المتصل في الفترة [١،٧] جد :

١) قيم الثوابت أ، ب ، جـ ٢) $\int_{١}^{٥} ق(س)\,ds$

---

٥٩) ٢٠٢٢الدورة الثانية:

إذا كان ق(س) = $\begin{cases} ٤ - س & ، ١ \geq س \geq ٢ \\ ٣ س^{٢} - ٢ س & ، ٢ < س \geq ٤ \end{cases}$ ، فجد

١) الاقتران المكامل للاقتران ق(س) في الفترة [١ ، ٤] ٢) $\int_{١}^{٣} ق(س)\,ds$

٦٠) **٢٠٢١ الدورة الأولى :** جد قيمة $\int_{١}^{٥} |٤ - ٢س| \, ىس$

---

٦١) **٢٠٢١الدورة الأولى:**

إذا كان $ن(س) = \begin{cases} ٣س^{٢} - ٢س & ٠ \geq س \geq ٢ \\ |٥س - ٢| & ٢ < س \geq ٤ \end{cases}$ ، اقتراناً متصلاً في [٠ ، ٤]، جد ما يأتي:

١) الاقتران المكامل للاقتران $هـ(س)$ في الفترة [٠ ، ٤]

٢) $\int_{١}^{٣} (٢ن(س)) \, ىس$

---

٦٢) **٢٠٢١الدورة الثانية:**

إذا كان $ن(س) = \begin{cases} \left[\!\left[\frac{س}{٣} + ٤ \right]\!\right] & ، \quad ٣ > س \geq ٠ \\ ٢س - ٦ & ، \quad ٦ \geq س \geq ٣ \end{cases}$ فجد:

١) الاقتران المكامل $ت(س)$ للاقتران $هـ(س)$ ؟

٢) $\int_{١}^{٤} (ن(س) - ٣س^{٢}) \, ىس$

---

٦٣) **٢٠٢١الدورة الثالثة:**

إذا كان $ن(س) = \begin{cases} ٢س + ٥ & ، \quad ٢ \geq س \geq ١ \\ ٣س^{٢} - ٦ & ، \quad ٤ \geq س > ٢ \end{cases}$

جد الاقتران المكامل للاقتران $ن(س)$ في الفترة $[١ ، ٤]$

---

٦٤) **٢٠١٩الدورة الأولى:**

إذا كان $ت(س) = \begin{cases} س^{٢} + جـس - ٨ & ، \quad ٢ \geq س \geq ١ \\ س^{٣} - أس + ب & ، \quad ٤ \geq س > ٢ \end{cases}$

هو الاقتران المكامل للاقتران $ن(س)$ المتصل في الفترة $[١ ، ٤]$ جد :

١) قيم الثوابت $أ ، ب ، جـ$

٢) $\int_{١}^{٣} ن(س) \, ىس$

٦٥) **٢٠١٩ الدورة الثانية :**

إذا كان $ن(س) = \begin{cases} ٦س^{٢} - ١٢ ، ١ \geq س \geq ٢ \\ ٢س + ٨ ، ٢ < س \geq ٤ \end{cases}$

فجد الاقتران المكامل $ت(س)$ في الفترة $[٤،١]$

---

٦٦) **٢٠١٩الدورة الثالثة:**

إذا كان $ن(س) = |٢س + ٢|$ معرفاً على الفترة $[-٣،٣]$ فجد الاقتران المكامل للاقتران $هـ(س)$ في تلك الفترة ؟

---

٦٧) **٢٠١٨الدورة الأولى:**

أوجد الاقتران المكامل $ت(س)$ للاقتران $هـ(س) = |س - ٣|$ على الفترة $[٥،٢]$

---

٦٨) **٢٠١٨ الدورة الثانية :**

إذا كان $ن(س)$ اقترانا قابلا للتكامل على $[٥،١]$، وكان اقترانه المكامل

$$ت(س) = \begin{cases} ٢أس - ٤ ، ١ \leq س \leq ٣ \\ س^{٢} - ٤ب س ، ٣ < س \leq ٥ \end{cases}$$

١) جد الثابتين $أ ، ب$ ٢) $\int_{٢}^{٤} ن(س) ٥س$

---

٦٩) **٢٠١٨الدورة الثالثة:**

إذا كان $ن(س) = \begin{cases} ٣س^{٢} - ١٠ ، -١ \leq س \leq ٢ \\ ٢س - ٢ ، ٢ < س \leq ٣ \end{cases}$ ، فأوجد الاقتران المكامل $ت(س)$ للاقتران

---

٧٠) **٢٠١٧الدورة الأولى:**

إذا كان $ن(س) = \begin{cases} هـ^{س} - ١ ، ٠ \leq س \leq ١ \\ هـ - س ، ١ < س \leq ٣ \end{cases}$

فأوجد الاقتران المكامل $ت(س)$ للاقتران $ن(س)$ على $[٣،٠]$

---

٧١) **٢٠١٦ اكمال :**

إذا كان: $ن(س) = \begin{cases} ٢س - ١ ، -١ \leq س \leq ٢ \\ ٥ + ٣س^{٢} ، ٢ < س \leq ٣ \end{cases}$

فأوجد الاقتران المكامل $ت(س)$ للاقتران $ن(س)$ على $[-١،٣]$

(٧٢) **٢٠١٥:**

إذا كان $ت(س) = \begin{cases} ٢س^{٢} - جس & ، ١ \geq س < ٢ \\ اس^{٣} - ب س & ، ٢ \geq س \geq ٥ \end{cases}$

وكان $ت(س)$ متصلاً على $[٢، ٥]$ أوجد قيم الثوابت $أ ، ب ، جـ$

---

(٧٣) **٢٠١٥ اكمال:**

إذا كان $ت(س) = \begin{cases} ٢س^{٢} & ، ٠ \geq س < ٢ \\ اس^{٢} + بس - ٤ & ، ٢ \geq س \geq ٥ \end{cases}$

هو الاقتران المكامل للاقتران المتصل $ت(س)$ على الفترة $[٥، ٠]$ جد الثابتين $أ$، ب

---

(٧٤) **٢٠١٤ :**

إذا كان $\int_{س}^{أ} ت(ص) ٤ص = س^{٢} - بس - ٣$ وكان $ت(١) = ٠$ جد الثابتين $أ$ ، ب علما بأن $ت$ اقتران متصل على ح

---

(٧٥) **٢٠١٢:**

إذا كان $ت(س)$ متصلاً على $[-١، ٦]$ وكان اقترانه المكامل

$ت(س) = \begin{cases} أس - ٣ & ، -١ \geq س < ٢ \\ ٣س - بس + ٥ & ، ٢ \geq س \geq ٦ \end{cases}$ جد قيمة الثابتين $أ$ ، ب ، ثم جد $\int_{١}^{٣} ت(س) ٤س$

---

(٧٦) **٢٠١١:**

إذا كان $ت(س)$ متصلاً على الفترة $[٠ ، ٥]$ وكان اقترانه المكامل

$ت(س) = \begin{cases} س^{٢} & ، ٠ \geq س < ٢ \\ ٤س + أ & ، ٢ \geq س \geq ٥ \end{cases}$

جد: ١) قيمة الثابت $أ$ ٢) $\int_{١}^{٤} ت(س) ٤س$ ٣) $ت(٢)$

---

(٧٧) **٢٠١١ اكمال :**

أوجد الاقتران المكامل للاقتران $ت(س) = \begin{cases} ٣س & ، -١ \geq س < ٢ \\ ٨ - س & ، ٢ \geq س \geq ٣ \end{cases}$

٧٨) **٢٠١٠:**

إذا كان ت(س) = $\begin{cases} أ\,س - ٣ & ، ١ \leq س < ٤ \\ ب س^{٢} - ٢س + ١ & ، ٤ \leq س \leq ٦ \end{cases}$

هو الاقتران المكامل للاقتران ن(س) في [١،٦]

جد: ١) قيمة الثابتين أ، ب ٢) $\int_{٢}^{٥} ن(س)\,ه س$

---

٧٩) **٢٠١٠ اكمال :**

جد الاقتران المكامل ن(س) = $\begin{cases} ٣س^{٢} & ، ١ \leq س < ٢ \\ ٤ - ٢س & ، ٢ \leq س \leq ٤ \end{cases}$ في الفترة [١،٤]

---

٨٠) **٢٠٠٩إكمال:**

إذا كان ت(س) هو الاقتران المكامل للاقتران ن(س) س∈[١،٤]

وكان ت(س) = $\begin{cases} س^{٢} + أ & ، ١ \leq س < ٢ \\ ب س + ٥ & ، ٢ \leq س \leq ٤ \end{cases}$

جد: ١) قيمة الثابتين أ، ب ٢) $\int_{١}^{٢} ن(س)\,ه س$

الدرس الرابع: خصائص التكامل المحدود

القسم الأول: أسئلة الاختيار من متعدد:

١) **٢٠٢٢ الدورة الأولى:** ما قيمة $\int_{\frac{\pi}{٤}}^{\frac{\pi}{٣}} \left(\frac{\text{ظا س}}{\text{ظتا س}} + ١\right)$ ء س ؟

أ) $\sqrt{٣} - ١$ ب) $١ + \sqrt{٣}$ جـ) صفر د) $\frac{٢}{\sqrt{٣}}$

---

٢) **٢٠٢٢ الدورة الأولى:**

ما قيمة $\int_{٠}^{٢} \frac{\text{س}^{٢} - ٢٥}{\sqrt{\text{س}^{٢} - ١٠\text{س} + ٢٥}}$ ء س ؟

أ) -١٢ ب) -٧ جـ) ٧ د) ١٢

---

٣) **٢٠٢٢ الدورة الأولى:**

إذا كان ق(س) ≤ ٧ لجميع قيم س ∈ [٢، ٥] ، فما أقل قيمة للمقدار $\int_{٢}^{٥} (٣ق(س) + ٤)$ ء س ؟

أ) ٢٥ ب) ٣٣ جـ) ٧٤ د) ٧٥

---

٤) **٢٠٢١ الدورة الثانية:**

إذا كان ك(س)، هـ(س) اقترانين أصليين للاقتران المتصل ق(س)، وكان

$\int_{١}^{٢} \frac{\text{س}}{\text{ك}(\text{س}) - \text{هـ}(\text{س})}$ ء س = ٢، فما قيمة ك(١) − هـ(١) ؟

أ) -٦ ب) -٢ جـ) ٢ د) ٦

---

٥) **٢٠١٩ الدورة الأولى:**

إذا كان $\int_{١}^{٢} \frac{\text{س}^{٢} + \text{س}}{\text{س} + ٥}$ ء س = أ ، $\int_{١}^{٢} \frac{٥ - ٣\text{س}}{\text{س} + ٥}$ ء س = ب فما قيمة أ − ب؟

أ) $\frac{١}{٢}$ ب) $\frac{٣}{٢}$ جـ) $\frac{٥}{٢}$ د) $\frac{٧}{٢}$

٦) ٢٠١٩الدورة الأولى:

ما قيمة $\int_{0}^{3} [\frac{1}{2}س] ىس$ ؟

أ) $\frac{1}{2}$ ب) ١ جـ) $\frac{3}{2}$ د) ٢

---

٧) ٢٠١٩ الدورة الأولى :

إذا كان $\int_{ا-ب}^{ا+ب} ٥ىس = ١٠$ ، فما قيمة الثابت ب؟

أ) صفر ب) $\frac{1}{2}$ جـ) ٢ د) ١

---

٨) ٢٠١٩الدورة الأولى:

إذا كان $\int_{1}^{2} ن(س) ىس = \int_{3}^{2} (ن(س) - ٢) ىس$، فما قيمة $\int_{1}^{3} ن(س) ىس$ ؟

أ) ٢ ب) ١ جـ) صفر د) -٢

---

٩) ٢٠١٩الدورة الأولى:

إذا كان هـ(س) ، ق(س) اقترانين أصليين للاقتران ن(س) وكان

$\int_{1}^{3} (ق(س) - هـ(س)) ىس = ١٠$، ما قيمة $\int_{1}^{3} ٢س (هـ(س) - ق(س)) ىس$

أ) -٥٠ ب) -٤٠ جـ) ٤٠ د) ٥٠

---

١٠) ٢٠١٩ الدورة الثانية :

ما قيمة $\int_{-٢}^{3} |٢س| ىس$ ؟

أ) ١٣ ب) ١٠ جـ) ٩ د) ٥

---

١١) ٢٠١٩صناعي:

إذا كان ن(س) ≤ ١ وكان ن(س) متصلا على ح فما أقل قيمة للمقدار $\int_{-١}^{٤} ٥ن(س) ىس$ ؟

أ) ٢٥ ب) ١٥ جـ) -١٥ د) -٢٥

١٢) **٢٠١٩الدورة الثالثة:**

إذا كان $\int_{١+٣ب}^{٢-ب} ٧ ءس = ٣٥$ ما قيمة الثابت ب ؟

أ) -٢ ب) -١ جـ) ١ د) ٢

---

١٣) **٢٠١٩ الدورة الثالثة :**

إذا كان $\int_{١}^{٣} ٢ن(س) ءس = ٨$ أفما قيمة $\int_{١}^{٧} ن(س) ءس - \int_{٣}^{٧} ن(س) ءس$ ؟

أ) ٤ ب) ٨ جـ) -٤ د) -٨

---

١٤) **٢٠١٨الدورة الأولى:**

إذا كان لـو$_{هـ}$ ا = ٤ ، لـو$_{هـ}$ ب = -٢ فإن $\int_{١}^{أ ب} \frac{١}{س} ءس$؟

أ) -٨ ب) -٢ جـ) ٢ د) ٦

---

١٥) **٢٠١٨الدورة الأولى:**

إذا كان ن(س) اقترانا متصلا بحيث أن: $\int_{١}^{٢} ن(س) ءس = -٤$ وكان ن(٢) = ٦ وكان

سهـ(س) = $\int_{١}^{س} ن(ص) ءص$، فإن هـ′(٢) = ؟

أ) -٤ ب) -٣ جـ) ٢ د) ٤

---

١٦) **٢٠١٨ الدورة الأولى :**

إذا كان $\int_{-ا}^{ا} \frac{(ا+س)^{٢}}{ا} ءس = ١٢$، ا ≠ ٠ فإن قيمة ا الموجبة ؟

أ) ٢ ب) ٣ جـ) ٤ د) ٦

---

١٧) **٢٠١٨الدورة الثانية:**

إذا كان $\int_{ا}^{٤} ٦ ءس = ٣٠$ فإن قيمة $\int_{٤}^{٦} ا ءس$ = ؟

أ) -١٨ ب) -٢ جـ) ٢ د) ١٨

١٨) **٢٠١٨الدورة الثانية:**

إذا كان ن(س) ≥ ٥ ∀س∈[١،٣] وكان ن(س) متصلاً على ح ، فإن أكبر قيمة للمقدار $\int_{١}^{٣} (٢ن(س)+١)$ دس تساوي :

أ) ١٠ ب) ١١ جـ) ٢١ د) ٢٢

---

١٩) **٢٠١٨ الدورة الثانية :**

إذا كان $\int_{-\pi}^{\pi} جا^{٢}س$ دس = أ ، $\int_{-\pi}^{\pi} جتا^{٢}س$ دس = ب فإن قيمة أ + ب =

أ) -٢π ب) صفر جـ) ١ د) ٢π

---

٢٠) **٢٠١٨الدورة الثانية** قيمة $\int_{٢}^{٤} \sqrt{س^{٢}+٦س+٩}$ دس =

أ) ٢ ب) ١٢ جـ) ٢١ د) ٢٨

---

٢١) **٢٠١٨الدورة الثالثة:**

إذا كان $\int_{١}^{٥} ٢ن(س)$ دس = ٨ ، $\int_{٧}^{١} ن(س)$ دس = -١٢ فإن $\int_{٥}^{٧} ن(س)$ دس = ؟

أ) -٨ ب) -٦ جـ) ٦ د) ٨

---

٢٢) **٢٠١٧ الدورة الأولى :**

إذا كان ن(س) ≤ ٢ ∀س ∈ [٢،٦] فإن أصغر قيمة للمقدار $\int_{٢}^{٦} (٢ن(س)-١)$ دس تساوي :

أ) ١٢ ب) ١٤ جـ) ١٥ د) ١٦

---

٢٣) **٢٠١٧الدورة الثانية:**

إذا كان $\int_{٣}^{٢} ن(س)$ دس = ٤ $\left(\int_{٣}^{٥} ن(س)\text{ دس}\right)$ = ١٢ فإن $\int_{٢}^{٥} ن(س)$ دس =

أ) -٩ ب) ٨ جـ) ١٥ د) ١٦

٢٤) ٢٠١٦:

إذا كان $\int_{١}^{٢} ن(س)\,ds = ٣$ فإن: $\int_{٠}^{١} ٢ن(س+١) + ٣س^{٢} - ٢\,ds = ؟$

أ) ٢ ب) ٤ جـ) ٥ د) ٧

---

٢٥) ٢٠١٦ :

إذا كان $\int_{٠}^{٣} ن(س+١)^{ن-١}\,ds = ١٥$ فإن قيمة ن تساوى :

أ) ٨ ب) ٦ جـ) ٤ د) ٢

---

٢٦) ٢٠١٦: ما قيمة $\int_{-٢}^{-٣} \frac{س}{س^{٢}+١}\,ds = ؟$

أ) $\frac{١}{٢}$ لـو$_{هـ}$ ٢ ب) $-\frac{١}{٢}$ لـو$_{هـ}$ ٢ جـ) $-$لـو$_{هـ}$ ٢ د) لـو$_{هـ}$ ٢

---

٢٧) ٢٠١٦:

إذا كان $ن(س) \geq ٦$ وكان $ن(س)$ متصلاً على ح ، فإن أكبر قيمة للمقدار $\int_{١}^{١١} (٦ن(س)+١)\,ds$

أ) ٣٠٧ ب) ٣٧ جـ) ٣٧٠ د) ٧٣٠

---

٢٨) ٢٠١٦ اكمال :

$$\int_{\frac{-\pi}{٢}}^{\frac{\pi}{٢}} (جا^{٢}س + جتا^{٢}س)\,ds = ؟$$

أ) $-\pi$ ب) صفر جـ) $\frac{\pi}{٢}$ د) π

---

٢٩) ٢٠١٥:

قيمة $\int_{٢}^{٥} ن(س)\,ds + \int_{٥}^{٢} ن(س) - ٢\,ds = ؟$

أ) -٦ ب) -٢ جـ) ٦ د) ٧

٣٠) ٢٠١٤:

إذا كان $\int_{-\pi}^{\pi} \text{ظا}^2 س \, ds = أ$، $\int_{\pi}^{-\pi} \text{قا}^2 س \, ds = ب$ فإن $أ + ب = ؟$

أ) ١ ب) صفر جـ) -٢π د) ٢π

---

٣١) ٢٠١٤ :

إذا كان $\int_{١}^{٢} ٢ن(س) \, ds = -٨$، $\int_{١}^{٥} ن(س) \, ds = ٦$ فإن $\int_{٥}^{٨} ن(س-٢) \, ds$؟

أ) ١٠ ب) -٢ جـ) ١٤ د) -١٤

---

٣٢) ٢٠١٤:

إذا كان $\int_{٠}^{جـ} [\frac{١}{٢}س + ١] \, ds = ٩$ فإن قيمة جـ = ؟

أ) ٣ ب) ٤ جـ) ٥ د) ٦

---

٣٣) ٢٠١٤ كمال:

إذا كان $ن(س) \leq ٣$ وكان $ن(س)$ متصلاً على ح ، فإن أصغر قيمة للمقدار $\int_{١}^{٤} (٢ن(س)-١) \, ds$ تساوي :

أ) ٥ ب) ١٥ جـ) ١٧ د) ١٨

---

٣٤) ٢٠١٣ :

إذا كان $\int_{-١}^{٢} ن(س+١) \, ds = -٥$ ، $\int_{٠}^{٢} ٢ن(س) \, ds = -٤$ فإن $\int_{٢}^{٣} ن(س) \, ds = ؟$

أ) ٧ ب) ٣ جـ) -٧ د) -٣

---

٣٥) ٢٠١٣ كمال:

إذا كان $ن(١) = ٣$، $ن(٤) = ٧$ فإن $\int_{١}^{٤} (ن'(س) + ٢) \, ds = ؟$

أ) ١٤ ب) ١٠ جـ) ٦ د) ٢

٣٦) ٢٠١٣اكمال:

$$\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}\left(٢+\text{جتا}^{٢}س\right)\text{د}س+\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}\text{جا}^{٢}س\,\text{د}س=$$

أ) $-\frac{٣}{٢}\pi$ ب) $-\frac{\pi}{٢}$ جـ) $\frac{\pi}{٢}$ د) $\frac{٣}{٢}\pi$

---

٣٧) ٢٠١٢ الدورة الأولى :

ما قيمة $\int_{٠}^{\frac{\pi}{٣}}\frac{\text{د}س}{١-\text{جا}س}+\int_{٠}^{\frac{\pi}{٣}}\frac{\text{د}س}{١+\text{جا}س}=$ ؟

أ) $٢\sqrt{٣}$ ب) $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ جـ) $\frac{١}{٢\sqrt{٣}}$ د) $\frac{٢}{\sqrt{٣}}$

---

٣٨) ٢٠١٢اكمال:

إذا كان $\int_{١}^{٣}ن(س)\text{د}س=٧$، $\int_{٧}^{٣}ن(س)\text{د}س=٤$ فإن $\int_{١}^{٧}(ن(س)+٣)\text{د}س=$ ؟

أ) ٩ ب) ١١ جـ) ٢١ د) ٢٩

---

٣٩) ٢٠١١:

إذا كان $\int_{١}^{٥}٢ن(س)\text{د}س=١٠$، $\int_{١}^{٧}ن(س)\text{د}س=١٢$، فإن $\int_{٧}^{٥}ن(س)\text{د}س=$ ؟

أ) -٧ ب) ٢ جـ) ٧ د) ٢٢

---

٤٠) ٢٠١١ اكمال :

إذا كان ن : [١ ، ٣] ← ح متصلاً ، وكانت $\sigma_{ن}$ تجزئة نونية منتظمة للفترة [١ ، ٣]

وكان $(ن، \sigma_{ن})=\frac{٣ن-١}{ن}+٥$ فإن $\int_{١}^{٣}٢(ن(س)+١)\text{د}س=$ ؟

أ) ٢٠ ب) ١٨ جـ) ١٦ د) ١٤

٤١) ٢٠١١ اكمال:

قيمة $\int_{١}^{٢} \frac{س^{٢}+١}{س^{٣}+٣س} ؘس$ تساوي :

أ) $٣(لـو_{٧}-لـو_{٢})$ ب) $\frac{١}{٣}(لـو_{٧}-لـو_{٢})$

جـ) $\frac{١}{٣}لـو_{٧}-لـو_{٢}$ د) $لـو_{٣}-لـو_{٢}$

---

٤٢) ٢٠١٠:

$ك(س)$ ، $ع(س)$ اقترانان أصليان للاقتران $ن(س)$

$\int_{٢}^{٥} (ك(س)-ع(س))ؘس = ١٥$ ما قيمة $\int_{٠}^{٢} (ع(س)-ك(س))ؘس$ ؟

أ) -١٠ ب) ١٠ جـ) ١٥ د) -١٥

---

٤٣) ٢٠٠٩ :

إذا كان $\int_{٣}^{٧} ن(س)ؘس = \int_{٨}^{٧} ن(س-٥)ؘس$ ،فإن قيمة جـ تساوي :

أ) ٣ ب) ٤ جـ) ١٢ د) -٢

---

٤٤) ٢٠٠٩:

إذا كان $ن(س)$ معرفاً على $[١،٠]$ ، وكانت $\sigma_{ن}$ تجزئة منتظمة لها بحيث أن

$(ن، \sigma_{ن}) = \frac{ن^{٢}-٢ن}{٣ن^{٢}}$ ، فإن $\int_{١}^{٠} ٢ن(س)ؘس =$ ؟

أ) $\frac{١}{٢}$ ب) $\frac{٢}{٣}$ جـ) $-\frac{١}{٣}$ د) $\frac{-٢}{٣}$

---

٤٥) ٢٠٠٨:

إذا كان $\int_{-١}^{٢} (٢س+أ)ؘس = ١٢$ فإن أ تساوي :

أ) ٩ ب) ٣ جـ) $\frac{١}{٣}$ د) -٣

٤٦) ٢٠٠٨ اكمال :

إذا كان $ن(س) \leq ٣$ وكان $ن(س)$ متصلاً على ح ، فإن أصغر قيمة للمقدار $\int_{٢}^{٤} (٢ن(س)+١)\,ds$ تساوي :

أ) ١٤ ب) ١٣ جـ) ٢٧ د) ٦

---

٤٧) ٢٠٠٧:

إذا كان $ن$ اقتراناً قابلاً للتكامل وكان $ن(س) \leq ٨$ لجميع قيم $س \in [٣،٠]$ فإن أصغر قيمة للمقدار $\int_{١}^{٣} ن(س)\,ds$ = ؟

أ) ٢ ب) ٤ جـ) ٨ د) ١٦

---

٤٨) ٢٠٠٧:

إذا كان $\int_{١}^{جـ} ن(س-١)\,ds = \int_{-٣}^{٤} ن(س+٣)\,ds$ فإن جـ = ؟

أ) ٦ ب) ٨ جـ) ٩ د) ١٠

---

٤٩) ٢٠٠٧ :

إذا كان $\int_{١}^{٣} ن(س)\,ds = ٥$ فإن $\int_{١}^{٣} (٢ن(س)-٣)\,ds$ = ؟

أ) ٤ ب) - ٤ جـ) ٧ د) - ٧

---

٥٠) ٢٠٠٧ دراسات:

$$\int_{١}^{٧} ن(س)\,ds - \int_{١}^{٣} ن(س)\,ds =$$

أ) $\int_{٣}^{٧} ن(س)\,ds$ ب) $\int_{٧}^{٣} ن(س)\,ds$

جـ) $\int_{٧}^{١} ن(س)\,ds$ د) $\int_{١}^{٧} ن(س)\,ds$

---

٥١) ٢٠٠٧دراسات:

$\int_{0}^{\pi^2}$ جتاس ءس يقع بين القيمتين؟

أ) π^2،٠ ب) $-\pi^2$،π^2 جـ) $-\pi^2$، ٠ د) $-$ ١ ، ١

---

٥٢) ٢٠٠٧ إكمال :

إذا كان ن(س) ≥ ٥، وكان ن (س) متصلاً على ح ، فإن أكبر قيمة للمقدار $\int_{1}^{3}$ (٢ن(س)+١) ءس ؟

أ) ١٠ ب) ١١ جـ) ٢٢ د) ١٢

القسم الثاني : الأسئلة المقالية :

٥٣) ٢٠٢٢ الدورة الأولى :

جد $\int_{3}^{0}$ $\frac{٣س-١}{س^٢+س-٦}$ ءس ؟

---

٥٤) ٢٠٢٢الدورة الأولى:

إذا كان ن َ(س) = ١، ن (١) = $\frac{٣}{٢}$ ، فما قيمة $\int_{1}^{2}$ ن (س)(س ٢ + س − ٥) ٣ ءس ؟

---

٥٥) ٢٠٢٢الدورة الأولى:

بين دون حساب التكامل أن : $\frac{\pi}{٥} \geq \int_{0}^{\pi}$ $\frac{١}{٣جتا^٢س+٢}$ ءس ≥ $\frac{\pi}{٢}$

---

٥٦) ٢٠٢٢ الدورة الثانية :

احسب $\int_{1}^{2}$ (٤س لَ(٢س ٢ + ١) + ٤س ٣ − ٧) ءس علماً بأن ك(٣) = ٤ ، ك (٩) = ٨ ؟

---

٥٧) ٢٠٢٢الدورة الثانية:

دون حساب بين أن $\int_{1}^{4}$ (س ٢ − ٢س) ءس ≥ $\int_{1}^{4}$ (٦ + ٣س) ءس

٥٨) **٢٠٢٢الدورة الثانية:**

إذا كان $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} ٢س جا^{٢} س \, ى س = أ$، $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} ٢س جتا^{٢} س \, ى س = ب$ ، فما قيمة أ − ب ؟

---

٥٩) **٢٠٢١ الدورة الأولى :**

جد قيمة $\int_{0}^{\pi} هـ^{س+جاس} \, ى س - \int_{\pi}^{0} جتاس \, هـ^{س+جاس} \, ى س$ ؟

---

٦٠) **٢٠٢١الدورة الثانية:**

إذا كان $\int_{١}^{٣} (٢س - ك(س)) \, ى س = \int_{0}^{١} (٤ - ك(س)) \, ى س$ ، فما قيمة $\int_{0}^{٣} ٣ ك(س) \, ى س$ ؟

---

٦١) **٢٠٢١الدورة الثانية:**

إذا كان ن (س) اقتراناً متصلاً في [١، ٣]، وكان − ٥ ≤ ن (س) ≤ ٢، فبين أن

$$٨ \geq \int_{١}^{٣} (٢ن^{٢}(س) + ٤) \, ى س \geq ١٠٨$$

---

٦٢) **٢٠٢١ الدورة الثالثة :**

أثبت أن $٠ \geq \int_{-٣}^{٣} \sqrt{٩ - س^{٢}} \, ى س \geq ١٨$

---

٦٣) **٢٠٢١الدورة الثالثة:**

إذا كان $\int_{١}^{أ} |٢س - ٦| \, ى س = ٨$، حيث أ > ٣، فما قيمة أ ؟

---

٦٤) **٢٠١٩الدورة الأولى:** جد $\int_{١}^{هـ^{٢}} ٢س لـو_{هـ} س \, ى س$

---

٦٥) **٢٠١٩ الدورة الثانية :** جد $\int_{٢}^{٣} \frac{س + ٧ -}{س^{٢} + س - ٢} \, ى س$

---

٦٦) **٢٠١٩الدورة الثانية:**

بدون حساب التكامل أثبت أن : $\int_{٢}^{٤} (س^{٢} + ٣) \, ى س \leq \int_{٢}^{٤} (٣س + ١) \, ى س$

٦٧) **٢٠١٩الدورة الثالثة:** جد $\int_{0}^{\frac{\pi}{3}} جا^{3}س \, ءس$

---

٦٨) **٢٠١٨ الدورة الأولى :** جد $\int_{٤}^{٥} \frac{٢س - ٣}{س^{٢} - ٤س + ٣} \, ءس$

---

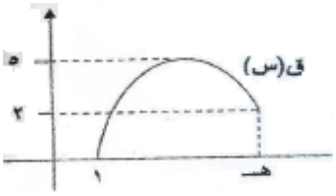
٦٩) **٢٠١٧الدورة الثانية:**

إذا كان $\int_{0}^{١} س ق(س) ق'(س) = ١٢$ وكان $ق(١) = ٤$ أوجد $\int_{١}^{٠} ق^{٢}(س) \, ءس$

---

٧٠) **٢٠١٥الدورة الأولى:**

الشكل المجاور يبين منحنى ق(س) بالاعتماد على الشكل



ما هي أكبر قيمة ممكنة للمقدار $\int_{0}^{١} هـ^{س} ق(هـ^{س}) \, ءس$

---

٧١) **٢٠١٤ :** جد $\int_{١}^{٣} \frac{\sqrt{س^{٢} - ٤س + ٤}}{\frac{١}{٢}س^{٢} - ٢س} \, ءس$

---

٧٢) **٢٠١٣:** إذا كان $ق(س) \times هـ^{س} - ١ <$ صفر بين أن $\int_{٢}^{١} ق(س) \, ءس <$ صفر

---

٧٣) **٢٠١٢:**

إذا كان $\frac{١}{ق(س)} <$ صفر على الفترة [٩،١] بين أن $\int_{٣}^{١} ٢س ق(س^{٢}) \, ءس <$ صفر

---

٧٤) **٢٠١٢ إكمال :**

إذا كان $ق، ك$ اقترانين قابلين للتكامل على ح وكان $ق(س) \leq ك(س)$ على الفترة [٣،١] أثبت أن

$$\int_{٤}^{٢} ق(س - ١) \, ءس + \int_{١}^{٣} ك(٤ - س) \, ءس \geq \text{صفر}$$

---

٧٥) **٢٠١١:** احسب $\int_{\frac{-\pi}{٢}}^{\frac{\pi}{٢}} جا^{٢}س جتاس \, ءس$

(٧٦) **٢٠١٠:**

إذا كانت $١ \geq ن(س) \geq ٥ \ \forall س \in [١،٣]$ بين أن $\int_{١}^{٣} ن(س)(٢ + (س)ن)\,ds \geq ١٤$

---

(٧٧) **٢٠٠٩ :**

دون إجراء التكامل بين أن $\int_{١}^{٣} (س^{٢} + ٢س)\,ds \leq \int_{٣}^{١} (٢س)\,ds$

---

(٧٨) **٢٠٠٩:** احسب $\int_{٠}^{١} \frac{٣}{(س^{٢} + ٢س + ١)^{٣}}\,ds$

---

(٧٩) **٢٠٠٩ إكمال:** احسب $\int_{-١}^{٠} س(١ + س)^{٥}\,ds$

---

(٨٠) **٢٠٠٨ :**

إذا كان $\int_{١}^{٣} (٢س + ٢ن(س))\,ds = ٦$ ، وكان $\int_{١}^{٥} ن(س)\,ds = -٢$ جد $\int_{٥}^{٣} ن(س)\,ds$

---

(٨١) **٢٠٠٨ إكمال:**

إذا كان $\int_{١}^{٣} ن(س)\,ds = ٣$ $\int_{٤}^{٣} ن(س)\,ds = -٢$ جد $\int_{١}^{٤} (٢ن(س) + ٨\sqrt{س})\,ds$

---

(٨٢) **٢٠٠٧:**

إذا علمت $ق(س)$ ، $هـ(س)$ اقترانين أصليين للاقتران $ن(س)$، وكان

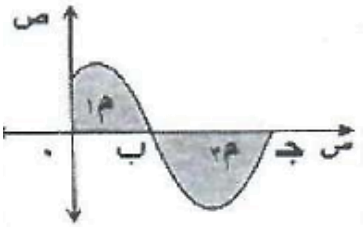
$\int_{١}^{٥} (ق(س) - هـ(س))\,ds = ٨$، أوجد $\int_{-١}^{٢} (ق(س) - هـ(س))س\,ds$

الدرس الخامس: تطبيقات التكامل المحدود (المساحة، الحجوم الدورانية)

أولاً: المساحة

القسم الأول: أسئلة الاختيار من متعدد:

١) ٢٠٢٢ الدورة الأولى:



الشكل المجاور يمثل منحنى الاقتران ن(س) على الفترة [٠ ، جـ] ،

إذا كان $\int_{ب}^{آ} ن(س)\,ى س = -٢$ وكانت المساحة

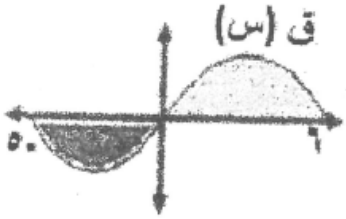
م١ = ٣ وحدات مربعة، فما قيمة المساحة م٢ ؟

أ) −٥ ب) ٢ جـ) ٥ د) ١

---

٢) ٢٠١٩ الدورة الثالثة:

إذا كانت مساحة المنطقة المظللة في الشكل المجاور



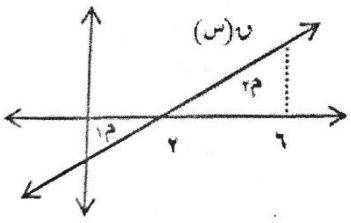
٢٠ وحدة مربعة وكان $\int_{ب}^{-٥} ن(س)\,ى س = ٧$

فما قيمة $\int_{ب}^{٦} ن(س)\,ى س$ ؟

أ) ١١ ب) ١٣ جـ) ١٤ د) ٢٧

---

٣) ٢٠١٨ الدورة الثالثة:



في الشكل المجاور إذا كان $\int_{ب}^{٦} ه(س)\,ى س = ٦$ ، وكانت

م١ = $\frac{١}{٣}$ م٢ ، فإن م١ + م٢ = ؟

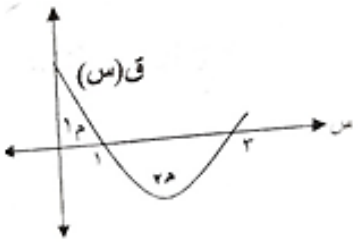
أ) ١٢ ب) ٩ جـ) ٦ د) ٣

٤) ٢٠١٦ :

في الشكل المجاور إذا علمت أن

مساحة $م_2$ يساوي ثلاثة أمثال مساحة $م_1$ ،

وأن $\int_{0}^{3} هـ(س)\,د س = -٦$ فإن $\int_{1}^{3} هـ(س)\,د س = ؟$



أ) -٢ ب) -٤ جـ) -٩ د) -٣

---

٥) ٢٠١٣ :

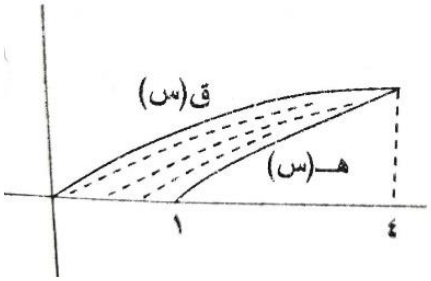
في الشكل المجاور ، مساحة المنطقة المظللة =

أ) $\int_{0}^{٤} (هـ(س) - هـ(س))\,د س$

ب) $\int_{1}^{٤} (هـ(س) - هـ(س))\,د س$

جـ) $\int_{0}^{٤} هـ(س)\,د س - \int_{1}^{٤} هـ(س)\,د س$

د) $\int_{0}^{1} (هـ(س) - هـ(س))\,د س$

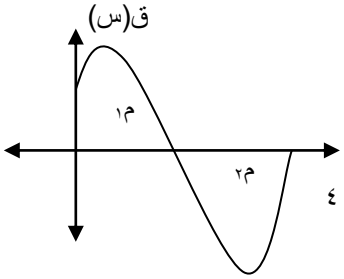


---

٦) ٢٠١٠ :

يمثل الشكل المجاور منحنى $ق(س)$ على الفترة $[٤،٠]$، فإذا كانت $م_1 = ٨$ وحدات مربعة ،

مساحة $م_2 = ٦$ وحدات مربعة فإن $\int_{0}^{٤} هـ(س)\,د س$ يساوي :



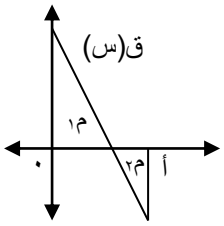
أ) -١٤ ب) -٢

جـ) ١٤ د) ٢

٧) ٢٠٠٨:

يمثل الشكل المجاور منحنى ق(س) في [٠، ١]

فإذا كانت مساحة (م١) = ٦ سم٢ ومساحة (م٢) = ٤ سم٢ ،



فإن $\int_{0}^{1}$ ق(س) د س يساوي :

أ) −١٠ ب) − ٢ جـ) ٢ د) ١٠

القسم الثاني: الأسئلة المقالية:

٨) ٢٠٢٢ الدورة الثانية :

أوجد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى ق(س) = س^{٢} + ١ والمستقيم ص = ٢س والواقعة فوق محور السينات في الفترة [−١، ١]

---

٩) ٢٠٢٢ الدورة الأولى :

ما مساحة المنطقة المحصورة بين منحنيي الاقترانين ق(س) = $\frac{٣}{س}$ ، هـ(س) = س + ٢ في الفترة [١، هـ] ؟

---

١٠) ٢٠٢٢الدورة الثانية:

ما مساحة المنطقة المحصورة بين منحنيي ق(س) =جاس ، هـ(س) =جا٢س في الفترة [٠، π] ؟

---

١١) ٢٠٢١الدورة الأولى:

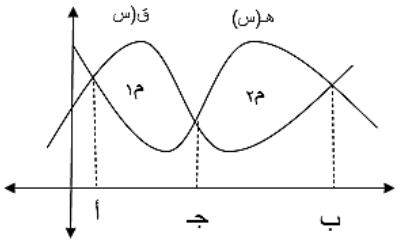
ما مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى الاقتران ق(س) = س^{٢} − ٣س + ١،والمستقيم بالنقطتين (٣،٣)، (−١،−٥)؟

---

١٢) ٢٠٢١ الدورة الأولى :

إذا كان $\int_{أ}^{ب}$ ق(س) د س = ٦ + $\int_{جـ}^{ب}$ ق(س) د س ،

وكان $\int_{أ}^{جـ}$ هـ(س) د س = ٢ + $\int_{جـ}^{ب}$ هـ(س) د س ،



معتمدا على الشكل المجاور جد المساحة المحصورة بين منحنيي الاقترانين ق(س)، هـ(س)

١٣) **٢٠٢١الدورة الثانية:**

باستخدام التكامل احسب مساحة المنطقة المحصورة بين الاقترانين ن(س) = |٢س − ٤|، ص = ٥ −س ؟

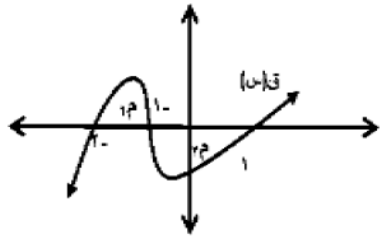
---

١٤) **٢٠٢١الدورة الثالثة:**

ما مساحة المنطقة المحصورة بين منحنيي الاقترانين ن(س) = س + ٢ ، هـ(س) = س ٢ + ٢س ؟

---

١٥) **٢٠١٩ الدورة الأولى :**



في الشكل احسب $\int_{-1}^{2} س ن(س^{2} - ٣) د س$

علماً بأن م١ = ٤ وحدات مربعة م٢ = ١٢ وحدة مربعة.

---

١٦) **٢٠١٩الدورة الثالثة:**

احسب مساحة المنطقة المحدودة بمنحنيي الاقترانين ن(س) = س ٢ ،هـ(س) = ٢س + ٣

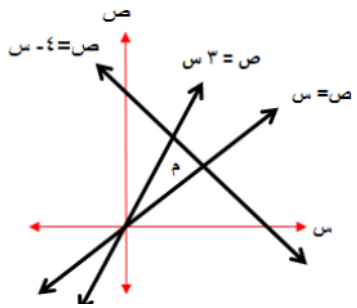
---

١٧) **٢٠١٨الدورة الأولى:**

أوجد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنيي هـ(س) = ٢س − س ٢ ، ن(س) = س ٣

---

١٨) **٢٠١٨ الدورة الثانية:**



احسب مساحة المنطقة م في الشكل

المجاور مستخدما التكامل

---

١٩) **٢٠١٨الدورة الثالثة:**

احسب مساحة المنطقة المحصورة بين منحنيي $ن(س) = \frac{١}{٤} س^{٢}$ ، هـ(س) = ٢س − ٤

ومحور السينات

---

٢٠) **٢٠١٦:**

أوجد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنيي الاقترانين ن(س) = س ٢ − ١ ، هـ(س) = س + ١ ،

ومحور السينات

٢١) ٢٠١٦إكمال:

أوجد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى

$ن(س) = (س-٢)^{٢}$ والمستقيم ص $= -س + ٤$ ومحور السينات

---

٢٢) ٢٠١٥:

احسب مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى $ن(س) = ٢ - س^{٢}$ ومنحنى $هـ(س) = |س|$

---

٢٣) ٢٠١٥إكمال:

احسب مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى $ن(س) = ٤س - س^{٢}$ ، والمستقيم ص $= ٤ - س$

---

٢٤) ٢٠١٤:

جد مساحة المنطقة المحصورة بين المنحنيين ص $= \sqrt{٢ - س}$ ، ص $= -س$ ، ومحور السينات

---

٢٥) ٢٠١٤ إكمال :

جد المساحة المحصورة بين منحنى $ن(س) = هـ^{س}$ ، ومنحنى $ك(س) = هـ^{-س}$ والمستقيم ص $= ٢$

---

٢٦) ٢٠١٤إكمال:

أوجد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى $ن(س) = \sqrt{س}$ بحيث س≥ ٠ والمستقيم ص $= س - ٢$ ومحور السينات

---

٢٧) ٢٠١٣إكمال:

احسب المساحة المحصورة بين منحنيي $هـ(س) = ٨س - ١٦$ ، $ن(س) = س^{٢}$ ، ومحور السينات .

---

٢٨) ٢٠١٢:

جد المساحة الواقعة في الربع الأول والمحصورة بمنحنيات الاقترانات:

$ن(س) = \frac{١}{٤}س^{٢}$ ، ص $= ١$ ، ص $= ٩$

---

٢٩) ٢٠١٢إكمال:

احسب المساحة المحصورة بين منحنيي الاقترانين $ن(س) = س^{٢} + ٢$ ، $هـ(س) = ٨ - س$

---

٣٠) ٢٠١١:

جد المساحة المحصورة بين منحنى $ن(س) = -س^{٣}$ ومنحنى ص $= س$ والمستقيم ص $= ٨$

(٣١) **٢٠١١ إكمال :**

احسب المساحة المحصورة بين $ن(س) = هـ^{س}$ والمستقيم $ص = هـ$ ومحور الصادات حيث هـ العدد النيبيري.

---

(٣٢) **:٢٠١٠**

جد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنيي الاقترانين $ن(س) = \frac{١}{٤}س^{٣}$ $هـ(س) = س$

---

(٣٣) **٢٠١٠إكمال:**

احسب مساحة المنطقة المحصورة بين منحنيي $ن(س) = س^{٢} - ١$ $هـ(س) = ١ - س^{٢}$

---

(٣٤) **:٢٠٠٩**

جد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى كل من الاقترانات $ن(س) = \frac{١}{٤}س^{٢}$ ، $هـ(س) = ٢س - ٤$

ومحور السينات .

---

(٣٥) **٢٠٠٩إكمال:**

جد مساحة المنطقة المحدودة بالمحورين الاحداثيين ومنحنى كل من

الاقترانين $ن(س) = س^{٢} + ١$ ، $هـ(س) = ٣ - س$

---

(٣٦) **:٢٠٠٨**

احسب مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى ص= ١ ، ومنحنى $ن(س) = \begin{cases} ٢س^{٢} + ١ & ٠ \leq س < ١ \\ -س + ٤ & ١ \leq س < ٤ \end{cases}$

---

(٣٧) **٢٠٠٨ إكمال :**

جد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى $ص_{١} = س^{٣}$ ، $ص_{٢} = س$ ومنحنى $ص_{٣} = ٨$

---

(٣٨) **:٢٠٠٧**

أوجد مساحة المنطقة المحصورة بين المنحنى $ص = س^{٢}$ والمستقيم $ص = ٤س$

---

(٣٩) **٢٠٠٧دراسات :**

أوجد مساحة المنطقة المحصورة بين المنحنى $ص = س^{٢}$ و $هـ(س) = ٢ - س$ ومحور السينات

والواقعة في الربع الأول

---

(٤٠) **٢٠٠٧ إكمال :**

أوجد المساحة المحصورة بين منحنى $ن(س) = ٦ - ٣س - س^{٢}$ ومنحنى $هـ(س) = ٣ - س$

ثانياً : الحجوم الدورانية

القسم الأول : أسئلة الاختيار من متعدد :

٤١) **الدورة الثانية ٢٠١٧:**

إذا دارت المنطقة المحصورة بين منحنى ق(س) = ٢ ومحور السينات في الفترة [٥،٢] دورة كاملة حول محور السينات ، فيكون حجم الجسم الناتج من الدوران يساوي بوحدات الحجم :

أ) ٢٧π ب) ١٨π جـ) ١٢π د) ٦π

---

٤٢) **٢٠١٦:**

حجم الجسم الناتج من دوران المنطقة المظللة في الشكل المجاور دورة كاملة حول محور السينات يساوي :

أ) $٤ك^{٣}$ ب) $\frac{٢\pi}{٣}ك^{٣}$ جـ) $٢\pi ك^{٢}$ د) $\frac{٤\pi}{٣}ك^{٣}$

القسم الثاني : الأسئلة المقالية :

٤٣) **٢٠١٩ :**

باستخدام التكامل، احسب حجم الجسم الناتج من دوران المنطقة المحصورة بين منحنى ق(س) = $س^{٢} + ٤س + ٤$ ومحوري السينات والصادات والواقعة في الربع الثاني دورة كاملة حول محور السينات

---

٤٤) **الدورة الثانية ٢٠١٩:**

جد حجم الجسم الناتج من دوران المنطقة المحصورة بين منحنى $ص^{٢} = س$ والمستقيم $ص = \frac{١}{٢}س$ دورة كاملة حول محور السينات

---

٤٥) **٢٠١٨:**

إذا دارت المنطقة المثلثية التي رؤوسها النقاط أ(١،٠) ، ب(٤،٠) ، جـ(١،٣) دورة كاملة حول محور السينات ، فما حجم الجسم الناتج من الدوران باستخدام التكامل

٤٦) **٢٠١٨ الدورة الثانية :**

جد حجم الجسم الناتج من دوران المنطقة المحصورة بين منحنيي

ص = ٢ − س ، ص = ٤ − س^{٢} دورة كاملة حول محور السينات

---

٤٧) **:٢٠١٧**

إذا دارت المنطقة الواقعة في الربعين الأول والثاني والمحصورة بين المنحنيين

ص = |س| ، س^{٢} + ص^{٢} = ٢ دورة كاملة حول محور السينات، فما حجم الجسم الناتج ؟

---

٤٨) **:٢٠١٦**

أوجد حجم الجسم الناتج من دوران المنطقة المحصورة بين منحنيي الاقترانين

ن(س) = $\sqrt{س - ١}$ ، هـ(س) = س − ١ دورة كاملة حول محور السينات

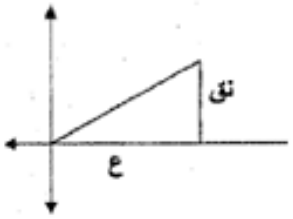
---

٤٩) **:٢٠١٤**

استخدم التكامل المحدود لإثبات أن حجم

المخروط الدائري القائم الذي نصف قطره

(نق) وارتفاعه (ع) يساوي $\frac{١}{٢}$ π نق^{٢} ع



---

٥٠) **:٢٠١٣**

احسب حجم الجسم الناشئ عن دوران المنطقة المحصورة بين منحنيي الاقترانين

ن(س) = ٢س − س^{٢} ، هـ(س) = س^{٢} دورة كاملة حول محور السينات

---

٥١) **:٢٠١٢**

جد حجم الجسم الناتج من دوران المنطقة المحصورة بين ص = $\sqrt{٢س - ٤}$ والمستقيم س = ٥

ومحور السينات دورة كاملة حول محور السينات

---

٥٢) **:٢٠١١**

جد حجم الجسم الناتج من دوران المنطقة المحصورة بين منحنى ن(س) = $\sqrt{لو_{هـ} س}$

والمستقيم س = هـ ، ومحور السينات دورة كاملة حول محور السينات

٥٣) **٢٠١١ إكمال:**

مثلث قائم الزاوية طول ضلعي القائمة ٦ سم ، ٨ سم دار المثلث دورة كاملة حول ضلع القائمة الأكبر، ما حجم المجسم الناتج عن الدوران ؟

---

٥٤) **:٢٠١٠**

جد حجم الجسم الناتج عن دوران المنطقة المحصورة بمنحنى $ص = \sqrt{جا٢س}$ ومحور السينات والمستقيمين $س = ٠ ، س = \frac{\pi}{٢}$ دورة كاملة حول محور السينات

---

٥٥) **:٢٠٠٨**

جد حجم الجسم الناتج عن دوران المنطقة الواقعة في الربع الأول والمحصورة بين محور الصادات ومنحنى كل من $ص = \frac{س^٢}{٦} + ١ ، ص = \frac{١}{٦}س^٢$ دورة كاملة حول محور السينات

الوحدة السادسة

الأعداد المركبة

محتويات الوحدة السادسة / الأعداد المركبة

الوحدة	رقم الدرس	موضوع الدرس	الصفحة	
			الأسئلة	الإجابات
الوحدة السادسة الأعداد المركبة	٦-١	الأعداد المركبة	١٩٤	٢٣٦
	٦-٢	العمليات على الأعداد المركبة	١٩٧	٢٣٦
	٦-٣	قسمة الأعداد المركبة	٢٠٠	٢٣٦

الدرس الأول: الأعداد المركبة

القسم الأول : أسئلة الاختيار من متعدد :

١) **٢٠١٩الدورة الأولى:** ما الجزء التخيلي للعدد المركب $ت + ٢ت^{٢} + ٤ت^{٣}$ ؟

أ) -٣ ب) $-٣ت$ جـ) -٢ د) ٢

---

٢) **٢٠١٩ صناعي الدورة الأولى:** ما قيمة $ت^{٩٩}$ ، حيث $ت = \sqrt{-١}$ ؟

أ) ١ ب) $ت$ جـ) $-ت$ د) -١

---

٣) **٢٠١٩ الدورة الثانية:** ما قيمة المقدار $١ + ت + ت^{٢} + ت^{٣}$ ؟

أ) $٢ - ت$ ب) $٢ت$ جـ) صفر د) ٢

---

٤) **٢٠١٩صناعي الدورة الثانية:** ما قيمة $ت^{٣٥} + ت^{٢}$ ؟

أ) $-١ - ت$ ب) $-١ + ت$ جـ) $١ + ت$ د) $١ - ت$

---

٥) **٢٠١٩ الدورة الثالثة:** ما قيمة المقدار $ت^{٥} - ت^{٤} + ت^{٣} - ت$ ؟

أ) صفر ب) $-١ + ت$ جـ) $-١ - ت$ د) $١ - ت$

---

٦) **٢٠١٩ صناعي الدورة الثالثة:** ما قيمة $ت^{-٢٦}$ ؟

أ) -١ ب) ١ جـ) $ت$ د) $-ت$

---

٧) **إضافي:** ما قيمة $ت + ت^{٢} + ت^{٣} + ... + ت^{١٠٠} =$

أ) صفر ب) ١ جـ) ٢ د) ١

---

٨) **إضافي:** ما قيمة $\left(\frac{٢ت}{١ + ت}\right)^{٥} =$

أ) $١ + ت$ ب) $١ - ت$ جـ) $-٤ - ٤ت$ د) $٤ - ٤ت$

---

٩) إضافي: ما قيمة المقدار $\begin{vmatrix} ١ & ت & ١+ت \\ ٠ & ١ & ١+ت \\ ٠ & ت & ت \end{vmatrix}$ =

أ) -١ ب) ت جـ) ١ د) $-٢ت+١$

---

١٠) إضافي:

ما قيمة $ت^{ن} + ت^{ن+١} + ت^{ن+٢} + ت^{ن+٣}$ =

أ) ت ب) $-ت$ جـ) صفر د) ١

---

١١) إضافي:

ما قيمة المقدار $\sqrt{-٩} \times \sqrt{-٤٩}$ =؟

أ) ٢١ ب) -٢١ جـ) $\sqrt{١٠}$ د) ٤

---

١٢) إضافي:

ما قيمة $ت^{ن} \times ت^{ن+١} \times ت^{ن+٢} \times ت^{ن+٣}$ =

أ) ت ب) $-ت$ جـ) ١ د) -١

القسم الثاني: الأسئلة المقالية:

١٣) ٢٠١٩ الدورة الثالثة: إذا كان ع = $(١-ت)^{٦} - ٤ت$ فاكتب ع على الصورة $أ+ب ت$

---

١٤) إضافي: أوجد قيمة $ت^{٥٧} + \frac{١}{ت^{٢٥}}$ =

١٥) إضافي: أوجد قيمة $ت^{٢٦} - ت^{-٣١}$

١٦) إضافي: أوجد قيمة كلا من : $ت^{١٣}$ ، $ت^{-١٧}$

١٧) إضافي: أكتب في صورة عدد مركب: -٢٥ ، -٤ ،،

١٨) **إضافي** أثبت أن $ت^{١٥} + ت^{١٦} + ت^{١٧} + ت^{١٨} = ٠$

١٩) **إضافي** إذا كانت $س = ت$ فأوجد قيمة المقدار $س^{٣} + س^{٢} - س + ١$

٢٠) **إضافي** أثبت أن $\frac{١ + ٢ت + ٣ت^{٢}}{١ + ٢ت + ٣ت^{٣}} = -٢$

الدرس الثاني: العمليات على الأعداد المركبة

القسم الأول : أسئلة الاختيار من متعدد :

١) **٢٠١٩ الدورة الأولى:**

ما النظير الضربي ع$^{-١}$ للعدد المركب ع = ٣ + ٤ت ؟

أ) ع$^{-١}$ = ٣ − ٤ت
ب) ع$^{-١}$ = ٤ + ٣ت
جـ) ع$^{-١}$ = $\frac{٣}{٥}$ − $\frac{٤}{٥}$ت
د) ع$^{-١}$ = $\frac{٣}{٢٥}$ − $\frac{٤}{٢٥}$ت

---

٢) **٢٠١٩ صناعي الدورة الأولى:**

إذا كان س + ٣ − ٤ص ت = ١ + ٨ت ، س ، ص ∈ ح فإن (س ، ص) =

أ) (٢ ، −٢)
ب) (−٢ ، −٢)
جـ) (٢ ، ٢)
د) (−٢ ، ٢)

---

٣) **٢٠١٩ صناعي الدورة الثانية:**

ما قيمة (٣ + ٢ت)(٣ + ٢ت)؟

أ) ٥ + ١٢ت
ب) ٩ + ١٦ت
جـ) ٥ + ٦ت
د) ٥ + ١٠ت

---

٤) **٢٠١٩ صناعي الدورة الثالثة:**

إذا كان ع$_{١}$ = ١ − ت ، ع$_{٢}$ = ٣ + ٢ت ، ع$_{٣}$ = ١ + ت ، فما قيمة المقدار ع$_{١}$ ع$_{٣}$ − ع$_{٢}$ ؟

أ) −١ + ٢ت
ب) −١ − ٤ت
جـ) −١ − ٢ت
د) −١ − ٢ت

---

٥) **٢٠١٩ صناعي الدورة الثالثة:**

إذا كان ع = ٣ + ٤ت ، فما قيمة ع$^{-١}$ ؟

أ) $\frac{٣}{٢٥}$ + $\frac{٤}{٢٥}$ت
ب) $\frac{٣}{٢٥}$ − $\frac{٤}{٢٥}$ت
جـ) $\frac{٣}{٥}$ − $\frac{٤}{٥}$ت
د) $\frac{٣}{٥}$ + $\frac{٤}{٥}$ت

٦) إضافي:

إذا كانت س + ت ص = ت (٢ − ت) فإن س − ص =

أ) ٣ ب) −٣ جـ) ١ د) −١

---

٧) إضافي:

إذا كانت ا + ب ت = ت (١ − ٥ت)^{٢}، فإن ا ، ب على الترتيب:

أ) ١٠ ، ٢٤ ب) ٢٤ ، ١٠ جـ) ١٠ ، −٢٤ د) −٢٤ ، ١٠

---

٨) إضافي:

إذا كانت ٣س + ٢ت ص − ٦ + ٤ت س = ٠ فإن س ، ص على الترتيب؟

أ) ٢ ، −٤ ب) ٤ ، −٢ جـ) ٢ ، ٤ د) ٤ ، ٢

---

٩) إضافي:

$(١+٢ت)^{٥} - (١-٢ت)^{٥} =$

أ) ٧٦ت ب) −٧٦ت جـ) −٧٦ د) ٧٦

---

١٠) إضافي:

$(١+ت)^{٤} - (١-ت)^{٤} =$ ؟

أ) ٤ ب) −٤ جـ) صفر د) ٢

---

١١) إضافي:

أوجد قيمة $(١+ت)^{١٢} =$

أ) ١٢٨ ب) ٦٤ جـ) −٦٤ د) −١٢٨

---

١٢) إضافي:

إذا كان ع$_{١}$ = ١٥ − ١٢ ات، ع$_{٢}$ = ١٥ + ١٢ ات فإن ع$_{١}$ × ع$_{٢}$؟

أ) ٨١ ب) ٣٦٩ جـ) −٣٦٩ د) −٨١

القسم الثاني: الأسئلة المقالية:

١٣) ٢٠١٩ صناعي الدورة الأولى:

إذا كان $\frac{ت}{ت+٣}=\frac{١+٣ت}{أ}$ فما قيمة أ ؟

---

١٤) ٢٠١٩ صناعي الدورة الأولى:

إذا كان $ع=\left(١-\frac{١}{ت}\right)^{٩}$ فجد قيمة $ع^{-١}$ وأكتبه على الصورة $أ+ب ت$ ؟

---

١٥) إضافي:

أوجد قيمة $(١+ت)^{٥}\left(\frac{١}{ت}+١\right)^{٥}=$

---

١٦) إضافي:

ما قيم س ، ص التي تحقق المعادلة $س^{٢}-ص^{٢}+ت(س+ص)=٣(١+ت)$

---

١٧) إضافي:

جد العدد المركب الذي يساوى $(٣-٢ت)^{٢}+(٣+٢ت)^{٢}$

---

١٨) إضافي:

ما قيم س ، ص التي تحقق المعادلة $٣س-٢ت ص=(٥-ت)^{٢}$

---

١٩) إضافي:

جد قيمة $(٢+٣ت)(٤-ت)$

الدرس الثالث: قسمة الأعداد المركبة

القسم الأول : أسئلة الاختيار من متعدد :

١) **٢٠١٩ الدورة الأولى:**

ما قيمة $\frac{٢ت}{١+ت} + \frac{١+ت}{١-ت}$ ؟

أ) $١+٢ت$ ب) $٢+ت$ جـ) $٤+٢ت$ د) $١-٢ت$

---

٢) **٢٠١٩ الدورة الأولى:**

ما سعة العدد المركب $ع = (٣+٣ت)^{٢}$ ؟

أ) صفر ب) $\frac{\pi}{٤}$ جـ) $\frac{\pi}{٣}$ د) $\frac{\pi}{٢}$

---

٣) **٢٠١٩ الدورة الأولى:**

إذا كانت $ع = ا + ب ت$ ، فما العبارة الصحيحة دائما فيما يلي؟

أ) $\overline{ع} = \frac{١}{ع}$ ب) $ع^{-١} = ا - ب ت$

جـ) $ع^{٢} - \overline{ع}^{٢} = ٤ ا ب ت$ د) $|\overline{ع}| = \sqrt{ا^{٢} - ب^{٢}}$

---

٤) **٢٠١٩ صناعي الدورة الأولى:**

إذا كان $ع = ٣ - ٤ت$، فما قيمة $ع\overline{ع}$ ؟

أ) $٢٥+ت$ ب) ٢٥ جـ) $ت$ د) $٢٥-ت$

---

٥) **٢٠١٩ الدورة الثانية:**

ما الصورة القطبية للعدد المركب $ع = -١ + ت$ ؟

أ) $ع = \sqrt{٢}\left(جتا\frac{\pi}{٤} + ت\,جا\frac{\pi}{٤}\right)$ ب) $ع = \sqrt{٢}\left(جتا\frac{\pi ٧}{٤} + ت\,جا\frac{\pi ٧}{٤}\right)$

جـ) $ع = \sqrt{٢}\left(جتا\frac{\pi ٥}{٤} + ت\,جا\frac{\pi ٥}{٤}\right)$ د) $ع = \sqrt{٢}\left(جتا\frac{\pi ٣}{٤} + ت\,جا\frac{\pi ٣}{٤}\right)$

٦) **٢٠١٩ الدورة الثانية:**

إذا كان $\frac{ت}{ت+١} = \frac{ت+١}{أ}$ فما قيم الثابت أ؟

أ) -٢ ب) -١ جـ) ١ د) ٢

---

٧) **٢٠١٩ الدورة الثانية:**

إذا كان ع $= أ + ب ت$ فما العبارة الصحيحة دائماً فيما يلي؟

أ) ع $\times$ ع$^{-١} = ت$ ب) $|ت ع| = \sqrt{أ^{٢} + ب^{٢}}$

جـ) ع$^{٢} = (\overline{ع})^{٢}$ د) $|\overline{ع}| = \sqrt{أ^{٢} - ب^{٢}}$

---

٨) **٢٠١٩ الدورة الثانية:**

ما قيمة المقدار $\frac{١٠٠}{(ت-١)(ت-٣)}$ ؟

أ) $١٠ + ٢٠ت$ ب) $١٠ - ٢٠ت$

جـ) $-١٠ + ٢٠ت$ د) $-٢٠ + ١٠ت$

---

٩) **٢٠١٩ الدورة الثالثة:**

إذا كان ع $= ٢ + ٣ت$ ، فما قيمة ع $-$ $\overline{ع}$ ؟

أ) ٦ت ب) ٤ جـ) $-٦ت$ د) صفر

---

١٠) **٢٠١٩ صناعي الدورة الثانية:**

إذا كان ع $= -٣ - ٤ت$ فما قيمة ع $-$ $\overline{ع}$ ؟

أ) -٦ ب) ٦ جـ) ٨ت د) $-٨ت$

---

١١) **٢٠١٩ صناعي الدورة الثالثة:**

ما الصورة القطبية للعدد المركب $\sqrt{٣} + ت$ ؟

أ) ع $= ٢\left(\text{جتا}\frac{\pi}{٣} + ت\,\text{جا}\frac{\pi}{٣}\right)$ ب) ع $= \sqrt{٢}\left(\text{جتا}\frac{\pi}{٣} + ت\,\text{جا}\frac{\pi}{٣}\right)$

جـ) ع $= \sqrt{٢}\left(\text{جتا}\frac{\pi}{٦} + ت\,\text{جا}\frac{\pi}{٦}\right)$ د) ع $= ٢\left(\text{جتا}\frac{\pi}{٦} + ت\,\text{جا}\frac{\pi}{٦}\right)$

١٢) إضافي:

إذا كان $\frac{أ^{٢}+ب^{٢}}{أ+ب ت}=٢+٣ت$ فإن $أ\times ب$ حيث $أ،ب\in ع^{*}$ ؟

أ) -٦ ب) -٥ جـ) ٥ د) ٦

---

١٣) إضافي:

السعة الأساسية للعدد المركب $ع=١-ت$ ؟

أ) $\frac{\pi}{٤}$ ب) $\frac{-\pi}{٤}$ جـ) $\frac{-٧\pi}{٤}$ د) $\frac{٧\pi}{٤}$

---

١٤) إضافي:

الصورة القطبية للعدد $(-١-ت)$ هي:

أ) $٢\left(جتا\frac{\pi}{٤}+ت\,جا\frac{\pi}{٤}\right)$ ب) $\sqrt{٢}\left(جتا\frac{٣\pi}{٤}+ت\,جا\frac{\pi}{٤}\right)$

جـ) $٢\left(جا\frac{\pi}{٤}+ت\,جا\frac{\pi}{٤}\right)$ د) $\sqrt{٢}\left(جتا\frac{٥\pi}{٤}+ت\,جا\frac{٥\pi}{٤}\right)$

---

١٥) إضافي:

إذا كانت $ع_{١}=٣+٣\sqrt{٣}ت$ ، $ع_{٢}=-٤-٤\sqrt{٣}ت$ فإن سعة $ع_{١}+ع_{٢}$

أ) $\frac{\pi}{٣}$ ب) $\frac{٢\pi}{٣}$ جـ) π د) $\frac{٤\pi}{٣}$

---

١٦) إضافي:

إذا كانت $|ع|=|ع-٢|$ فإن الجزء الحقيقي للعدد ع يساوي:

أ) ١ ب) -١ جـ) -٢ د) ٢

---

١٧) إضافي:

إذا كانت $ع_{١}=٢ت$ ، $ع_{٢}=-١+٣ت$ ، فإن سعة $ع_{١}-ع_{٢}$

أ) $\frac{\pi}{٣}$ ب) $\frac{٢\pi}{٣}$ جـ) π د) $\frac{٧\pi}{٤}$

---

١٨) إضافي:

إذا كانت ع + ٢ = ت(ع − ٢) ، فإن العدد المركب ع بالصورة القطبية:

أ) $٢\left(\text{جتا}\frac{\pi}{٤}+\text{ت جا}\frac{\pi}{٤}\right)$ ب) $٢\left(\text{جتا}\frac{\pi٢}{٣}+\text{ت جا}\frac{\pi٢}{٣}\right)$

جـ) $٢(\text{جا}\pi+\text{ت جا}\pi)$ د) $٢(\text{جتا}٠+\text{ت جا}٠)$

---

١٩) إضافي:

إذا كان $س+\text{ت ص}=\frac{أ+ب\text{ت}}{أ-ب\text{ت}}$ ، فإن $س^{٢}+ص^{٢}=$ ؟

أ) $أ^{٢}+ب^{٢}$ ب) $أ^{٢}-ب^{٢}$ جـ) $-أ\,ب$ د) ١

---

٢٠) إضافي:

إذا كان ع = ٣ + ٤ت فإن |ع| =؟

أ) ٢٥ ب) ٥ جـ) ١ د) ٤

---

٢١) إضافي:

إذا كانت ع = ٢ + $\sqrt{٥}$ت ، فإن $|\overline{ع}|$ =؟

أ) ٩ ب) $\sqrt{٧}$ جـ) ٣ د) ٢

---

٢٢) إضافي:

الجزء الحقيقي للعدد المركب الذى مقياسه $\sqrt{٢}$ وسعته $\frac{\pi٧}{٦}$ هو

أ) $-\sqrt{٣}$ ب) $\frac{-\sqrt{٢}}{٦}$ جـ) $\frac{-\sqrt{٦}}{٢}$ د) $\frac{-\sqrt{٦}}{٣}$

---

٢٣) إضافي:

النظير الضربي للعدد المركب ع = −٣ + ٤ت ، هو

أ) $\frac{-٣}{٢٥}-\frac{٤}{٢٥}$ت ب) $\frac{-٣}{٢٥}+\frac{٤}{٢٥}$ت

جـ) $\frac{٣}{٢٥}+\frac{٤}{٢٥}$ت د) $\frac{٣}{٢٥}-\frac{٤}{٢٥}$ت

القسم الثاني: الأسئلة المقالية:

٢٤) **٢٠١٩ الدورة الأولى:**

إذا كان $ع_١ = ٢ت$ ، $ع_٢ = ١ + ت$ جد:

١) $\frac{٢ + ٣ت}{ع_١ \cdot ع_٢}$

٢) اكتب $ع_٢$ بالصورة القطبية

---

٢٥) **٢٠١٩ الدورة الثانية:**

إذا كان $ع_١ = \frac{٣٦ - ٢ت}{٣ - ت}$ ، $ع_٢ = ١ - ٢ت$ جد $ع_١ + ت ع_٢$

---

٢٦) **٢٠١٩ الدورة الثالثة:**

إذا كان $ع = ا + ٢ب ت$ وكان $ع . \overline{ع} = ٢ب(ع + \overline{ع})$ فبين أن $ا = ٢ب$

---

٢٧) **٢٠١٩ صناعي الدورة الاولى:**

أكتب العدد $ع = ١ + \sqrt{٣} ت$ بالصورة القطبية

---

٢٨) **٢٠١٩ صناعي الدورة الثانية:**

إذا كان $ع = -٢ + ٢ت$ وكان $م = \frac{ع - ٣ت}{ع - ت}$ فجد $|م|$

---

٢٩) **٢٠١٩ صناعي الدورة الاولى:**

إذا كان $ع = \frac{(٢ - ت)ت}{٣ - ٤ت}$

١) أكتب العدد ع على صورة $ا + ب ت$

٢) جد ناتج $\overline{ع} ع^{-١}$

---

٣٠) **٢٠١٩ صناعي الدورة الثالثة:**

إذا كان $\frac{٦ + ٤ت}{١ + ت} = (ا + ب ت)ت^{٣}$ حيث $ا، ب \in ح$ فما قيم الثابتين $ا، ب$ ؟

---

٣١) **٢٠١٩ صناعي الدورة الثالثة:** إذا كان $ع = ٢ - ٣ت$ فجد:

١) $\overline{ع}(ع + ١)$

٢) $ع^{-١}$

٣٢) **٢٠١٩ صناعي الدورة الثالثة:**

أكتب العدد المركب الذي مقياسه π وسعته $\frac{\pi}{٤}$ بالصورة $أ + ب ت$

---

٣٣) **إضافي:**

أكتب الصورة القطبية للعدد $ع = ٢ - ٢\sqrt{٣}ت$

---

٣٤) **إضافي:**

إذا كان $ع_١ = ٣ - ٢ت$ ، $ع_٢ = ٤ + ٣ت$ جد $\frac{ع_١}{ع_٢}$

---

٣٥) **إضافي:**

جد النظير الضربي للعدد المركب $٣ - ٤ت$

---

٣٦) **إضافي:**

أثبت أن العددين $\frac{أ + ب ت}{جـ + ء ت}$ ، $\frac{ب + أ ت}{ء + جـ ت}$ مترافقان

---

٣٧) **إضافي:**

أثبت أن $\frac{١}{(١ - ت)^٢} - \frac{١}{(١ + ت)^٢} = ت$

---

٣٨) **إضافي:**

جد المقياس والسعة للعدد المركب $-٢\sqrt{٣} - ٢ت$

---

٣٩) **إضافي:**

إذا كان $ع = -\sqrt{٣} + ت$ أكتب الصورة القطبية للعدد $\frac{١}{ع}$

الإجابات النموذجية

إجـابات الوحدة الأولى: حساب التفاضل

إجـابات الدرس الأول: متوسط التغير

إجابات القسم الأول: أسئلة الاختيار من متعدد:

الرقم	رمز الإجابة الصحيحة	الرقم	رمز الإجابة الصحيحة
١)	ب	٢)	أ
٣)	جـ	٤)	أ
٥)	أ	٦)	أ
٧)	جـ	٨)	د
٩)	أ	١٠)	جـ
١١)	د	١٢)	ب
١٣)	د	١٤)	أ
١٥)	أ	١٦)	د
١٧)	ب	١٨)	ب
١٩)	جـ	٢٠)	أ
٢١)	جـ		

إجابات القسم الثاني: الأسئلة المقالية:

٢٢) أجـب بنفسك

٢٣) ٣

٢٤) ب = ٣

٢٥) −١٦

٢٦) $\frac{-١٤}{٩٦}$

٢٧) أ = ٤

٢٨) $\frac{هـ^{٢}+٢هـ-٣}{هـ+١}$

٢٩) ٧

٣٠) ١٣

٣١) ب = ٢

٣٢) $\frac{٢}{٣٥}$

٣٣) ٣

إجـابات الدرس الثاني: قواعد الاشتقاق

إجابات القسم الأول: أسئلة الاختيار من متعدد:

الرقم	رمز الإجابة الصحيحة	الرقم	رمز الإجابة الصحيحة
١)	أ	٢)	د
٣)	د	٤)	جـ
٥)	جـ	٦)	أ
٧)	أ	٨)	ب
٩)	أ	١٠)	جـ
١١)	جـ	١٢)	د
١٣)	أ	١٤)	جـ
١٥)	د	١٦)	د
١٧)	أ	١٨)	ب
١٩)	د	٢٠)	ب
٢١)	د	٢٢)	د
٢٣)	د	٢٤)	د
٢٥)	ب	٢٦)	جـ
٢٧)	د	٢٨)	د
٢٩)	جـ	٣٠)	ب
٣١)	جـ	٣٢)	ب
٣٣)	ب	٣٤)	د
٣٥)	أ	٣٦)	أ
٣٧)	أ	٣٨)	د

إجابات القسم الثاني: الأسئلة المقالية:

٣٩) −١٣

٤٠) ٧

٤١) أ = ٤ ، ب = ٠

٤٢) ١٩٢

٤٣) أ = ٥ ، ب = −١

٤٤) أ = −١ ، ب = ٧

٤٥) أجـب بنفسك

إجـابات الوحدة الأولى : حساب التفاضل

٤٦) -٣

٤٧) أجـب بنفسك

٤٨) $\frac{-١}{٢}$

٤٩) -١٠

٥٠) -١٦

٥١) أ $=٠$ ، ب $=\frac{١}{٢}$

٥٢) أ $=١٥$ ، ب $=١$

٥٣) ٦

٥٤) أ $=\frac{٣}{٢}$ ، ب $=٢$

٥٥) $ن(س)=\begin{cases} ٦س & ، س<١ \\ -٢ & ، س>١ \\ \text{غير موجودة} & ، س=١ \end{cases}$

إجـابات الدرس الثالث: مشتقة الإقترانات المثلثية

إجابات القسم الأول : أسئلة الاختيار من متعدد

الرقم	رمزالإجابة الصحيحة	الرقم	رمزالإجابة الصحيحة
(١)	أ	(٢)	د
(٣)	ب	(٤)	د
(٥)	د	(٦)	د
(٧)	ب	(٨)	جـ
(٩)	د	(١٠)	جـ
(١١)	ب	(١٢)	أ
(١٣)	أ	(١٤)	أ

إجابات القسم الثاني : الأسئلة المقالية :

١٥) أجـب بنفسك

١٦) س $=\frac{\pi}{٣}$

١٧) أجـب بنفسك ١٨+١٩+٢٠

إجـابات الدرس الرابع:

قاعدة لوبيتال ومشتقة الاقتران الأسي واللوغارتيمي

إجابات القسم الأول : أسئلة الاختيار من متعدد :

الرقم	رمزالإجابة الصحيحة	الرقم	رمزالإجابة الصحيحة
(١)	أ	(٢)	جـ
(٣)	ب	(٤)	أ
(٥)	ب	(٦)	أ
(٧)	جـ	(٨)	ب
(٩)	أ	(١٠)	د
(١١)	جـ	(١٢)	د
(١٣)	أ	(١٤)	أ
(١٥)	ب	(١٦)	جـ
(١٧)	جـ	(١٨)	د
(١٩)	د	(٢٠)	أ
(٢١)	أ	(٢٢)	ب
(٢٣)	ب	(٢٤)	ب
(٢٥)	د	(٢٦)	جـ
(٢٧)	ب	(٢٨)	أ
(٢٩)	ب	(٣٠)	د

إجابات القسم الثاني : الأسئلة المقالية :

٣١) $\frac{١}{٢}$

٣٢) أجـب بنفسك

٣٣) $\frac{١}{٤}$

٣٤) ١

٣٥) ٠,٥

٣٦) ١

٣٧) ٢

إجـابات الوحدة الأولى: حساب التفاضل

٣٨) ٠.٥

٣٩) $-\frac{١}{٢}$

٤٠) $\frac{٢هـ-١}{٣}$

٤١) أ = ٣ ، ب = $\frac{-٥}{٣}$

٤٢) $٤-\pi$

٤٣) $\frac{٣}{س}$ $هـ^{س^{٢}}+٢س\ هـ^{س^{٢}}$ لـو$_{هـ}$ $س^{٣}$

٤٤) أجـب بنفسك

إجـابات الدرس الخامس: تطبيقات هندسية وفيزيائية

إجابات القسم الأول: أسئلة الاختيار من متعدد:

الرقم	رمز الإجابة الصحيحة	الرقم	رمز الإجابة الصحيحة
١)	ب	٢)	جـ
٣)	جـ	٤)	أ
٥)	د	٦)	ب
٧)	جـ	٨)	جـ
٩)	جـ	١٠)	ب
١١)	د	١٢)	أ
١٣)	جـ	١٤)	أ
١٥)	أ	١٦)	أ
١٧)	أ	١٨)	جـ
١٩)	جـ	٢٠)	د
٢١)	ب	٢٢)	جـ
٢٣)	ب	٢٤)	جـ
٢٥)	ب	٢٦)	د
٢٧)	د	٢٨)	جـ
٢٩)	د	٣٠)	جـ
٣١)	ب	٣٢)	جـ

إجابات القسم الثاني: الأسئلة المقالية

٣٣) ٢

٣٤) ص − ٢ = $-\frac{٤}{٩}\left(س-\frac{٣}{٢}\right)$

٣٥) أ = ٢ ، ب = −٣

٣٦) (٤٥م ، ٢) ن = ٢ ، ن = ٤

٣٧) ص = $\frac{-س}{٦}+\frac{٧}{٣}$

٣٨) ١) ± ٠٫٥ م/ث ، ٢) ١٢٥ م

٣٩) معادلة العمودي عند (٣، ٢) هي ص = ٢س − ٤

معادلة العمودي عند (١ ، ٢) هي ص = −٢س + ٤

٤٠) ١) ٠٫٢ م ، ٢) − ١٠ م \ ث

٤١) ١) ٠٫٨ م ، ٢) − ٢٠ م \ ث

٤٢) ص = ٤س − $\frac{١٥}{٢}$

٤٣) ص = س − $\frac{\pi}{٤}$

٤٤) ١٤٠

٤٥) أ = $\frac{١}{٢}$ ، ب = −٣

٤٦) ١) ٠٫٢ م ، ٢) − ٥٠ م \ ث

٤٧) ٣س − ٢ص + $\frac{٥}{٢}$ $\sqrt{٢}$ = ٠

٤٨) أ = −١ ، ب = −١ ، جـ = ١

٤٩) ع = −٢٠ م/ث

٥٠) ت = ٤٢ م/ث^{٢}

٥١) ص = $\frac{هـ}{٢}$ س + ١

٥٢) ت = ١٦ $\sqrt{٣}$ عندما $\frac{\pi}{٢٤}$

ت = −١٦ $\sqrt{٣}$ عندما $\frac{\pi٥}{٢٤}$

٥٣) ١) أ = ٥٠ ، ٢) ع$_{.}$ = ٥٠ ، ٣) ف = ١٣٠ م

٥٤) ص + ٨س − ١٨ = ٠

إجـابات الوحدة الأولى: حساب التفاضل

٥٥) ١) (٠,٥ م/ث، ٢) ١ ا ث، (٣ث، ٠,٥) ٠,٥ م/ث

٥٦) ص + ٤س − ٢ = ٠

٥٧) ٢٥,٥

٥٨) ص = $-\frac{٣}{٥}$س + $\frac{١٨}{٥}$

٥٩) ٢ ١م/ث^{٢}

٦٠) $\frac{٢}{٣}$

٦١) ١) (٠,١، ٢) ٥,١ث

٦٢) ١ث، ٢ث، ٢) ٦١.٢٥ م

٦٣) ص = ٥س − ٤

٦٤) ٥

٦٥) ١) ٦٤ ٢) أجب بنفسك

٦٦) ٢٥٦م، −٣٢م

٦٧) أ = ٣، ب = ٥

٦٨) ١٢٥م، −١٠ م/ث^{٢}

٦٩) ص= ٤ س − ٤

٧٠) ١٨ م، ٦م/ث

٧١) ٦٤

٧٢) ص − $\frac{٣}{٢}$ = ٠

٧٣) صفر

٧٤) ٦ث

٧٥) ٤

٧٦) ٦، −١٠

٧٧) ٦، −٢

٧٨) ن ' (٢) = ٨

٧٩) ١٢٥م، ١٣٠م

٨٠) ع = ٣٢م/ث، ت = ١٨م/ث^{٢}

٨١) ع = ٤م/ث، ت = ٨م/ث^{٢}

٨٢) ١٣٣ م / ث

٨٣) ص = −٤س + ٤

٨٤) −١٠م / ث

٨٥) ص = ٤س − ٤ ، ص = ٠

إجـابات الدرس السادس: قاعدة السلسلة

إجابات القسم الأول : أسئلة الاختيار من متعدد :

الرقم	رمز الإجابة الصحيحة	الرقم	رمز الإجابة الصحيحة
١)	جـ	٢)	ب
٣)	أ	٤)	أ
٥)	د	٦)	أ
٧)	ب	٨)	أ
٩)	جـ	١٠)	ب
١١)	ب	١٢)	ب
١٣)	د	١٤)	د
١٥)	د	١٦)	ب
١٧)	د	١٨)	د
١٩)	ب	٢٠)	ب
٢١)	جـ	٢٢)	د
٢٣)	د	٢٤)	ب
٢٥)	ب	٢٦)	د
٢٧)	ب	٢٨)	أ
٢٩)	د	٣٠)	أ
٣١)	أ	٣٢)	ب

إجـابات الوحدة الأولى : حساب التفاضل

إجابات القسم الثاني : الأسئلة المقالية :

٣٣) ٢

٣٤) ١٣٥

٣٥) أجـب بنفسك

٣٦) أجـب بنفسك

٣٧) $\frac{-١}{٥}$

٣٨) -٤

٣٩) ص $= -٢$ ١هـ ^{٣}

٤٠) -٢

٤١) $\frac{-٨}{\pi}$

٤٢) أ $= ٥$ ، ب $= -١$ ، $٢) = \frac{٦}{٤}$

٤٣) -١٢

٤٤) $\frac{ص}{س} = \frac{٢}{٥}$ جاس

٤٥) $\frac{-١}{٣}$

٤٦) $\frac{١}{٦}$

٤٧) ٦

٤٨) $\frac{-١}{\sqrt{٣}\ ٣}$

٤٩) ص $= ٣$س $+ ١$

٥٠) أجـب بنفسك

٥١) أجـب بنفسك

٥٢) -٢

٥٣) صفر

٥٤) $\frac{١}{١٨}$

٥٥) ٩٦٦

٥٦) أجـب بنفسك

٥٧) $\frac{١٨}{٧}$

٥٨) -٣

٥٩) ٢٠

٦٠) ٩

٦١) ص $= ٤$س $- ٥$

٦٢) ١٣

٦٣) ٦س $(س^{٢} + ١)^{٢} + ٤$س

إجـابات الدرس السابع : الاشتقاق الضمني

إجابات القسم الأول : أسئلة الاختيار من متعدد :

الرقم	رمز الإجابة الصحيحة	الرقم	رمز الإجابة الصحيحة
١)	أ	٢)	د
٣)	ب	٤)	جـ
٥)	جـ	٦)	أ
٧)	ب	٨)	جـ
٩)	ب	١٠)	أ
١١)	ب	١٢)	ب
١٣)	جـ	١٤)	د
١٥)	أ		

إجـابات الوحدة الأولى: حساب التفاضل

الدرس السابع : الاشتقاق الضمني

إجابات القسم الثاني: الأسئلة المقالية:

١٦) -١

١٧) أجـب بنفسك

١٨) أجـب بنفسك

١٩) أجـب بنفسك

٢٠) $\frac{٨}{١٠}$ م/ث^{٢}

٢١) أجـب بنفسك

٢٢) $\frac{١}{٣}$ م/د^{٢}

٢٣) أجـب بنفسك

٢٤) أجـب بنفسك

٢٥) ١٢ ، $-\frac{١}{٢}$

٢٦) أجـب بنفسك

٢٧) أجـب بنفسك

٢٨) أجـب بنفسك

٢٩) أجـب بنفسك

٣٠) $ص = -\frac{٤}{٣}س + \frac{٥}{٣}$ ، $ص = \frac{٣}{٤}س - \frac{٥}{٢}$

٣١) $\frac{١}{٢}$ ، $-\frac{١}{٢}$

٣٢) $\frac{-١٦}{٣}$

٣٣) أجـب بنفسك

٣٤) $ص - ٣ = \frac{٤}{٣}(س - ٤)$

٣٥) ١٤

٣٦) ١

٣٧) ١) $\frac{ص}{س} = \frac{-س}{٢ص}$

٢) $٣(س^{٢} - ٤س)^{٢}(٤ - ٢س)(٤ - س)$

٣٨) $\frac{-٧٨}{٧٧}$

$$\frac{ص جتا(س ص) - ٢}{١ - س جتا(س ص)}$$

إجـابات الوحدة الثانية: تطبيقات التفاضل

إجـابات الدرس الأول: نظريتا رول والقيمة المتوسطة

إجابات القسم الأول: أسئلة الاختيار من متعدد:

الرقم	رمز الإجابة الصحيحة	الرقم	رمز الإجابة الصحيحة
١)	أ	٢)	جـ
٣)	جـ	٤)	جـ
٥)	أ	٦)	د
٧)	جـ	٨)	أ
٩)	ب	١٠)	ب
١١)	جـ	١٢)	د
١٣)	جـ	١٤)	جـ
١٥)	ب	١٦)	جـ
١٧)	أ		

إجابات القسم الثاني: الأسئلة المقالية:

١٨) أ = ٣ ، ب = ٢ ، جـ = $\frac{٢}{٣}$

١٩) جـ = $\frac{٨}{٣}$

٢٠)]١ ، ٠[∪ { $\sqrt{٢}$ }

٢١) أجـب بنفسك

٢٢) أ = ١، ب = ٦

٢٣) جـ = ٦

٢٤) جـ = ٠

٢٥) أ = ٣ ، ب = ١ ، جـ = $\frac{٣}{٤}$

٢٦) جـ = $\frac{٩}{٤}$

٢٧) أجـب بنفسك

٢٨) أ = ١، ب = ١

٢٩) أ = ٨، ب = ٤

٣٠) أ = ١ ، ب = ٦ ، جـ = $\sqrt{\frac{١٣}{٣}}$

٣١) جـ = $\frac{٩}{٤}$

٣٢) جـ = $\sqrt{٥}$

٣٣) أ = ٦ ، ب = ٣ ، جـ = −٩

٣٤) أ = −١ ، ب = ٧ ، جـ = ٥

٣٥) جـ = ١

٣٦) أ = ٢ ، ب = ١٩ ، جـ = $\frac{٩}{٢}$

٣٧) جـ = $\frac{-١}{٢}$

٣٨) جـ = $\frac{٥}{٢}$

٣٩) أ = ٣، ب = ٢ ، جـ = ١

٤٠) جـ = $\frac{-١}{٦}$ ، $\frac{١١}{٦}$

٤١) أجـب بنفسك

٤٢) جـ = $\frac{٢}{٣}$

٤٣) أ = ٥ ، ب = ٢ ، جـ = $\frac{-١}{٨}$

٤٤) جـ = ١

٤٥) جـ = ١

٤٦) جـ = $\pm\sqrt{\frac{٢}{٣}}$

إجـابات الدرس الثاني: الاقترانات المتزايدة والمتناقصة

إجابات القسم الأول: أسئلة الاختيار من متعدد:

الرقم	رمز الإجابة الصحيحة	الرقم	رمز الإجابة الصحيحة
١)	د	٢)	أ
٣)	ب	٤)	أ
٥)	أ	٦)	أ
٧)	ب	٨)	جـ
٩)	أ	١٠)	ب
١١)	أ		

إجـابات الوحدة الثانية: تطبيقات التفاضل

إجابات القسم الثاني: الأسئلة المقالية:

١٢) ν متزايد في $\left[0، \frac{\pi}{٤}\right]$، ν متناقص $\left[\frac{\pi}{٤}، \frac{\pi}{٢}\right]$

١٣) متناقصاً $[-١، ٥]$ ومتزايداً $[-٢، -١]$، $[٥، ٦]$

قيمة صغرى محلية قيمتها ق$(-٢) = -٢$،

وقيمة صغرى محلية ومطلقة قيمتها ق$(٥) = -١٠٠$،

وقيمة عظمى محلية ومطلقة قيمتها ق$(-١) = ٨$

و قيمة عظمى محلية قيمتها ق$(٦) = -٩٠$

١٤) أجـب بنفسك

١٥) متزايد في $]-\infty، ٠]$ ومتزايد في $[٢، \infty[$

ومتناقص في $[٠، ٢]$

١٦) أجـب بنفسك

١٧) متزايد في $]-\infty، -٣]$، $[١، \infty[$ ومتناقص

في $[-٣، ١]$

١٨) أجـب بنفسك

١٩) أجـب بنفسك

٢٠) أجـب بنفسك

٢١) أجـب بنفسك

٢٢) أجـب بنفسك

٢٣) أجـب بنفسك

٢٤) متزايد في $]-\infty، -٢]$، $[٢، \infty[$

ومتناقص في $]-٢، ٠]$، $[٠، ٢]$

إجـابات الدرس الثالث: القيم القصوى

إجابات القسم الأول: أسئلة الاختيار من متعدد:

الرقم	رمز الإجابة الصحيحة	الرقم	رمز الإجابة الصحيحة
١)	جـ	٢)	أ
٣)	ب	٤)	د
٥)	ب	٦)	جـ
٧)	ب	٨)	أ
٩)	ب	١٠)	د
١١)	جـ	١٢)	جـ
١٣)	ب	١٤)	جـ
١٥)	ب	١٦)	ب
١٧)	جـ	١٨)	أ
١٩)	د	٢٠)	أ
٢١)	د	٢٢)	أ
٢٣)	ب	٢٤)	جـ
٢٥)	ب	٢٦)	ب
٢٧)	أ	٢٨)	د
٢٩)	د	٣٠)	جـ
٣١)	د	٣٢)	د
٣٣)	د		

إجـابات الوحدة الثانية: تطبيقات التفاضل/ الدرس الثالث / القيم القصوى

إجابات القسم الثاني: الأسئلة المقالية:

٣٤) متناقصاً في $[٣،٤]$ ومتزايداً في $[٠،٣]$

قيمة صغرى محلية قيمتها $ن(٠) = ٠$

قيمة صغرى محلية قيمتها $ن(٤) = ١٠$

قيمة عظمى محلية قيمتها $ن(٣) = ٦\sqrt{٣}$

٣٥) أجـب بنفسك

٣٦) قيمة صغرى محلية قيمتها

$ن(-١) = -١ - هـ^{-١}$

وقيمة صغرى محلية قيمتها $ن(١) = ١ - هـ$ ،

قيمة عظمى محلية قيمتها $ن(٠) = -١$

٣٧) أ $= ٣$، ب $= -٦$

٣٨) أ $= -١$، ك $= -١٠$

٣٩) صفر

٤٠) قيمة عظمى محلية $ن(-١) = -٢$ ، قيمة صغرى محلية $ن(٣) = ٦$

٤١) قيمة صغرى مطلقة وهي $ن(-٣) = -١٨$

٤٢) متزايد في $]-\infty، ١]$ و $[٣، \infty[$ ،

متناقص $[-١، ٣]$

$ن(-١) = ٥\frac{٢}{٣}$ عظمى محلية

$ن(٣) = -٥$ صغرى محلية

٤٣) أ $= ٢٢$، ب $= -٢٦٤$

٤٤) متزايد في $[-٣، ١]$ ،

متناقص $]-\infty، -٣]$، $[١، \infty[$

القيم القصوى: $ن(١) = \frac{١}{٢}$ عظمى محلية

$ن(-٣) = \frac{-١}{٦}$ صغرى محلية.

٤٥) متزايد في $[-١، ١]$

ومتناقص $]-\infty، -١]$، $[١، \infty[$ ،

$ن(-١) = \frac{-١}{٢}$ صغرى محلية

٤٦) ١) متزايد في $\left[٠، \frac{\pi}{٤}\right]$ ومتناقص $\left[\frac{\pi}{٤}، \pi\right]$

٢) س $= ٠، \frac{\pi}{٤}، \pi$

٤٧) عند س $= ٠$ قيمة عظمى محلية قيمتها $= ٦$

عند س $= ٢$ قيمة صغرى محلية قيمتها $= ٢$

٤٨) متزايد عندما س < ٠

متناقص عندما س > ٠

للاقتران قيمة صغرى محلية عندس $= ٠$

$ن(٠) = ٠$

٤٩) $ن(٢) = ٤$ عظمى مطلقة $ن(٠) = ٠$

صغرى مطلقة

إجـابات الوحدة الثانية: تطبيقات التفاضل

إجـابات الدرس الرابع: التقعر ونقط الانعطاف

إجابات القسم الأول: أسئلة الاختيار من متعدد:

الرقم	رمز الإجابة الصحيحة	الرقم	رمز الإجابة الصحيحة
(١)	أ	(٢)	جـ
(٣)	ب	(٤)	جـ
(٥)	د	(٦)	أ
(٧)	ب	(٨)	د
(٩)	د	(١٠)	جـ
(١١)	ب	(١٢)	أ
(١٣)	د	(١٤)	جـ
(١٥)	جـ	(١٦)	د
(١٧)	ب	(١٨)	جـ
(١٩)	ب	(٢٠)	ب
(٢١)	أ	(٢٢)	جـ
(٢٣)	جـ	(٢٤)	ب
(٢٥)	أ	(٢٦)	ب
(٢٧)	د	(٢٨)	أ
(٢٩)	ب	(٣٠)	جـ
(٣١)	د	(٣٢)	جـ
(٣٣)	جـ	(٣٤)	أ
(٣٥)	جـ	(٣٦)	ب
(٣٧)	د	(٣٨)	د
(٣٩)	ب	(٤٠)	جـ
(٤١)	أ	(٤٢)	أ
(٤٣)	د	(٤٤)	ب

إجابات القسم الثاني: الأسئلة المقالية:

٤٥) $ن(س)$ مقعر لأعلى في $\left[\frac{\pi}{٦}، \frac{\pi٥}{٦}\right]$

ومقعر لأسفل في $\left[٠، \frac{\pi}{٦}\right]$ ، $\left[\frac{\pi٥}{٦}، \pi\right]$

٤٦) $ا = \frac{٣}{٢}$ ، $ب = \frac{١}{٢}$ ، ظاهـ $= \frac{٢٧}{٨}$

٤٧) $ن''(-١) = ٢$

٤٨) الاقتران مقعر لأعلى $\left]-\infty، \frac{-٢}{\sqrt{٣}}\right[$ ، $\left]\frac{٢}{\sqrt{٣}}، \infty\right[$

ومقعر لأسفل $\left]\frac{-٢}{\sqrt{٣}}، \frac{٢}{\sqrt{٣}}\right[$

نقط الانعطاف هي: $\left(\frac{-٢}{\sqrt{٣}}، \frac{٦٤}{٩}\right)$ ، $\left(\frac{٢}{\sqrt{٣}}، \frac{٦٤}{٩}\right)$

٤٩) $ن$ مقعر لأعلى $\left]\frac{١}{٢}، \infty\right[$ ،

$ن$ مقعر لأسفل $\left]-\infty، \frac{١}{٢}\right[$ ،

$ا = \frac{-٣}{٢}$ ، $ب = -٦$

٥٠) $ن$ متزايد على ح، مقعر لأعلى $]٠، \infty[$ ومقعر لأسفل $]-\infty، ٠[$ ، -٤

٥١) أجب بنفسك

٥٢) مقعر للأسفل في $]١، ٢[$

مقعر للأعلى في $]٢، \infty[$

نقطة الانعطاف هي (٢، ١٦)

٥٣) أجب بنفسك

٥٤) مقعر للأسفل في $]٠، ٣[$

مقعر للأعلى في $]-\infty، ٠[$ ، $]٣، ٧[$

ونقط الانعطاف $\left(٣، \frac{-٩}{٢}\right)$ ، $(٠، ٠)$

٥٥) $ا = -١$ ، $ب = ٢$

إجـابات الوحدة الثانية: تطبيقات التفاضل/ الدرس الرابع: التقعر ونقط الانعطاف

٥٦) ق(−٥)=٧٠ صغرى محلية،

ق(٢)=−٢٨ صغرى محلية مطلقة،

ق(−٤)=٨٠ عظمى محلية ومطلقة،

ق(٤)=١٦ عظمى محلية،

ن(س) مقعر للأسفل في]−∞، −١[

ومقعر لأعلى في]−١، ٤[

٥٧) أ = ١، ب = −٣، جـ = −٩

٥٨) ١) مجالات التقعر: مقعر لأعلى $\left]\frac{\pi}{٤}، \frac{\pi ٣}{٤}\right[$

مقعر للأسفل في $\left]٠، \frac{\pi}{٤}\right[\cup \left]\frac{\pi ٣}{٤}، \pi\right[$

٢) نقط الانعطاف: $\left(\frac{\pi ٣}{٤}\right) = ١-$ ن، $\left(\frac{\pi}{٤}\right) = ١$ ، ٣)

زوايا الانعطاف هـ $= \frac{\pi ٣}{٤}$ ، هـ $= \frac{\pi}{٤}$

٥٩) مقعر للأسفل في]٠، ∞[

ومقعر أعلى في]−∞، ٠[

نقطة الانعطاف (٢، ٠) ، هـ $= \frac{\pi}{٢}$

٦٠) ن(س) = س^{٣} − ٣ س^{٢} + ٣ س

٦١) متزايد]−∞، ٠[∪]٢، ∞[ومتناقص في [٠، ٢]

عظمى محلية ق(٠) = ٤، صغرى محلية ق(٢) = ٠

مقعر لأسفل في]١، ∞[ومقعر لأعلى في]−∞، ١[

٦٢) متزايد [٣، ٥] ومتناقص في [١، ٣]

ق(١)=٤ عظمى محلية ، ق(٥)=٢٠ عظمى محلية،

ق(٣)=٠ صغرى محلية ومطلقة، ق(٥) عظمى مطلقة

مقعر للأسفل]١، ٢[، مقعر للأعلى]٢، ٥[،

(٢، ٢) نقطة انعطاف

٦٣) ٢٤٨

٦٤) متزايد [−٢، −١] ∪ [٣، ٦]

ومتناقص في [−١، ٣] ،

ن(−١) = ١٠ ، ن(٦) = ٥٩ عظمى محلية

ق(−٢) =٣، ق(٣)= −٢٢ صغرى محلية

مقعر للأسفل]١، ٢[، مقعر للأعلى]١، ٦[

٦٥) ن(س) = س^{٣} − ٣س^{٢} + س + ٤

٦٦) متناقص [−٢، ٠] ، [٢، ٣] ،

ومتزايد في الفترة [٠، ٢]

ق(−٢) = ٤٠ عظمى مطلقة،

ق(٠) = ٠ صغرى مطلقة،

ق(٣) = ٠، ق(٢) =٨، عظمى محلية

مقعر لأعلى]−١، ٢[ومقعر لأسفل]١، ٢[

نقطة الانعطاف (١، ٤)

٦٧) متناقص]−∞، ٦] ، متزايد [٦، ∞[

مقعر لأعلى]٤، ∞[،]−∞، ٠[

لأسفل]٠، ٤[

صغرى (٦، −٤٣٢)

٦٨) أجـب بنفسك

٦٩) متزايد [٠، ٢]

متناقص [−٢، ٠] ∪ [٢، ٥]

عظمى محلية: هـ(−٢) = ٢٠ ، هـ(٢) = ٤

وصغرى محلية هـ(٠) = ٠ ، هـ(٥) = −٥٠

مقعر لأسفل]١، ٥[، مقعر لأعلى]−٢، ١[

٧٠) أجـب بنفسك

إجـابات الوحدة الثانية: تطبيقات التفاضل/ الدرس الرابع: التقعر ونقط الانعطاف

٧١) متزايد $]-\infty، ١]$، متناقص $[١، \infty[$

$ن(١) = ١$ قيمة عظمى محلية

ومقعر لأعلى $\left]\frac{٢}{٣}، ٠\right[$ ، لأسفل $]-\infty، ٠[$ ، $\left]\frac{٢}{٣}، \infty\right[$

٧٢) ق(٠) = ١٠ قيمة عظمى محلية

ق(٢) = ٦ قيمة صغرى محلية

مقعر لأسفل $]-\infty، ١[$ ومقعر لأعلى $]١، \infty[$

٧٣) $ن(س) = \frac{١}{٤}س^{٣} - ٣س + ٣$

٧٤) ١) متزايد على الفترة: $\left]\frac{\pi}{٢}، ٠\right[$ ٢) مقعر لأعلى

$\left]\frac{\pi}{٤}، ٠\right[$ ومقعر لأسفل $\left]\frac{\pi}{٢}، \frac{\pi}{٤}\right[$

٧٥) متزايد في $[١، ٣]$

متناقص $]-\infty، ١] \cup [٣، \infty[$

مقعر لأعلى $]-\infty، ٢[$ ومقعر لأسفل $]٢، \infty[$

نقطة الانعطاف هي $(٢، -٢)$

٧٦) أجـب بنفسك

٧٧) عظمى $(٠، -١)$ وصغرى $\left(٢، \frac{\pi}{٢}\right)$،

ومقعر لأعلى $\left]٠، \frac{\pi}{٤}\right[$ ، مقعر للأسفل $\left]\frac{\pi}{٢}، \frac{\pi}{٤}\right[$

٧٨) ق(-٣) = -١٣,٥ صغرى محلية،

مقعر لأعلى $]-\infty، -٢[$ مقعر للأسفل $]-٢، ٠[\cup]٠، \infty[$

٧٩) ١) متزايد $[٠، \infty[$ متناقص $]-\infty، ٠]$

٢) مقعر للأعلى $]-١، ١[$،

مقعر للأسفل $]-\infty، -١[\cup]١، \infty[$

٣) $س = \pm ١$

٨٠) ١) $ن(٠) = ٠$ عظمى محلية،

$ن(٢) = -٤$ صغرى محلية

٢) مقعر لأعلى في $]١، \infty[$ ، مقعر لأسفل في $]-\infty، ١[$

٨١) مقعر للأعلى في $]٣، \infty[\cup]-\infty، ٢[$

مقعر للأسفل في $]٢، ٣[$

الاحداثيات السينية لنقاط الانعطاف:

$س = ٢، س = ٣$

٨٢) مقعر للأعلى في $]-\infty، -٢[،]٢، \infty[$

مقعر للأسفل $]-٢، ٢[$

للاقتران نقاط انعطاف وهي $س = ٢، س = -٢$

٨٣) $ن(٣) = \frac{-١٥}{٤}$ قيمة صغرى محلية

مقعر لأعلى $س > ٢، س > ٠$ ومقعر لأسفل $]٢، ٠[$

٨٤) مقعر لأعلى في الفترة $]-٣، ٣[$

٨٥) ١) متزايد عندما $س > -٢ ، س < ٢$

ومتناقص في $[-٢، ٢]$

٢) مقعر لأعلى $س > ٠$ ومقعر لأسفل

$س < ٠$

٨٦) مقعر لأسفل $\left]\frac{\pi}{٢}، ٠\right[$ ومقعر لأعلى $\left]\pi، \frac{\pi}{٢}\right[$

٨٧) متزايد على $]-\infty، ٠] \cup [٤، \infty[$ ومتناقص على $[٤، ٠]$

ق(٠)=٠ قيمة عظمى محلية، ق(٤) = -٣٢ قيمة صغرى محلية، مقعر لأعلى $]٢، \infty[$ ومقعر لأسفل $]-\infty، ٢[$

٨٨) مقعر لأعلى $]٠، \infty[$ ومقعر لأسفل $]-\infty، ٠[$

نقطة الانعطاف $(٠، ٢)$

إجـابات الوحدة الثانية: تطبيقات التفاضل

إجـابات الدرس الخامس: تطبيقات على القيم القصوى

إجابات القسم الثاني: الأسئلة المقالية:

١) ١٦ سم

٢) $\sqrt{٢}$

٣) ٣٠ سم^{٢}

٤) $\frac{١٦\pi}{٣}$

٥) ٤٢٠ م^{٢}

٦) $٦\sqrt{١٢}$

٧) ٤٠٠ م^{٢}

٨) $\frac{٨١}{٢}$

٩) ٤، ٤، ٤

١٠) ١٨ سم^{٢}

١١) ٨٠٠ سم^{٢}

١٢) ٣٨٧٢ م^{٢}

١٣) $٢٧\sqrt{٣}$

١٤) $\frac{-٩\sqrt{٣}٢}{٣}$

١٥) $\sqrt{١٠}$

١٦) المربع: ٦، المستطيل: ٤،١٢

١٧) ٤٠٠٠π

١٨) $\left(\frac{٣}{٢}، \sqrt{\frac{١}{٢}}\right)$

١٩) $\frac{٦٤}{٣}$

٢٠) س=٥

٢١) $ص = \frac{-٤}{٣}س + ٨$

٢٢) $نهـ = ٣، ع = ٩$

٢٣) $٣٤\sqrt{}$ وحدة

٢٤) -٢

٢٥) $ب، \frac{١}{٢}ب$

٢٦) $٢\sqrt{٢}، ٤$

٢٧) ٢٠٠ سم^{٢}

٢٨) ٦، ٦، ٦

إجـابات الوحدة الثالثة : المصفوفات والمحددات

إجـابات الدرس الأول: المصفوفة

إجابات القسم الأول : أسئلة الاختيار من متعدد :

الرقم	رمز الإجابة الصحيحة	الرقم	رمز الإجابة الصحيحة
(١	ب	(٢	د
(٣	جـ	(٤	ب
(٥	جـ	(٦	ب
(٧	جـ	(٨	ب

إجابات القسم الثاني : الأسئلة المقالية :

(٩ $\begin{bmatrix} ٦٢ & ٢٦ \\ ٥٨ & ٢٤ \end{bmatrix}$

إجـابات الدرس الثاني: العمليات على المصفوفات

إجابات القسم الأول : أسئلة الاختيار من متعدد :

الرقم	رمز الإجابة الصحيحة	الرقم	رمز الإجابة الصحيحة
(١	جـ	(٢	ب
(٣	جـ	(٤	ب
(٥	جـ	(٦	د
(٧	جـ		

إجابات القسم الثاني : الأسئلة المقالية :

(٨ س = −١ ، ص = ٣٦

(٩ س = ٥

(١٠ أجـب بنفسك

(١١ $\begin{bmatrix} ١٣ & -٢ \\ ٢ & ٢ \end{bmatrix}$

إجـابات الدرس الثالث: المحددات

إجابات القسم الأول : أسئلة الاختيار من متعدد :

الرقم	رمز الإجابة الصحيحة	الرقم	رمز الإجابة الصحيحة
(١	ب	(٢	د
(٣	أ	(٤	د
(٥	د	(٦	ب

إجابات القسم الثاني : الأسئلة المقالية :

(٧ $س = \frac{-٧}{٦}$ ، س = ٥

(٨ أجـب بنفسك

(٩ أجـب بنفسك

(١٠ س = −٢

(١١ س = ٨ أو ، س = −٢

(١٢ س = ١

(١٣ س ∋ ع

(١٤ أجـب بنفسك

(١٥ س = ٢

إجـابات الدرس الرابع: النظير الضربي للمصفوفة المربعة

إجابات القسم الأول : أسئلة الاختيار من متعدد :

الرقم	رمز الإجابة الصحيحة	الرقم	رمز الإجابة الصحيحة
(١	د	(٢	د
(٣	د	(٤	جـ
(٥	ب	(٦	ب
(٧	أ	(٨	ب
(٩	جـ	(١٠	أ
(١١	ب	(١٢	جـ
(١٣	د	(١٤	أ
(١٥	د	(١٦	جـ
(١٧	ب		

إجابات القسم الثاني : الأسئلة المقالية :

(١٨ $\begin{bmatrix} ٥ & -٢ \\ ٨ & -٣ \end{bmatrix}$

(١٩ أ = ٢ ، ب = −١ ، جـ = ٤ ، ء = ٣

(٢٠ $\begin{bmatrix} ٣ & -١٣ \\ -٧ & ٣ \end{bmatrix}$

إجـابات الوحدة الثالثة: المصفوفات والمحددات

إجابات القسم الثاني: الأسئلة المقالية

٢١) $\begin{bmatrix} -\frac{٣}{٢} & -١ \\ ٠ & -\frac{٧}{٢} \end{bmatrix}$

٢٢) س = ٤ ، ص = −٣

٢٣) أجـب بنفسك

٢٤) $\begin{bmatrix} -٤ & ١٠ \\ ٢ & ٦ \end{bmatrix}$

٢٥) ب = ٧

٢٦) $\begin{bmatrix} ٢ & ٠ \\ ٠ & ٢ \end{bmatrix}$

٢٧) جـ = $\begin{bmatrix} ٦ & ٤ \\ ٧ & ٥ \end{bmatrix}$

٢٨) س = ٥ ، س = −٣

٢٩) ك = −١

٣٠) جـ = $\begin{bmatrix} ١ \\ ٣ \end{bmatrix}$

٣١) $\begin{bmatrix} ١٢ & -٢ \\ ١٢ & -١٠ \end{bmatrix}$

٣٢) س = ٤ ، ص = −٣

٣٣) $\begin{bmatrix} \frac{١١}{٤} & -\frac{٢١}{١٦} \\ -٢ & ١ \end{bmatrix}$

٣٤) $\begin{bmatrix} ٤ & -٤ \\ -١ & ١ \end{bmatrix}$

٣٥) ١) $\begin{bmatrix} ٠ & ٣٧ \\ ١٥ & -١ \end{bmatrix}$ ٢) ١

٣٦) ١) س = ٣٢ ، ص = −٨ ، ع = ٤

٢) $\begin{bmatrix} -\frac{١}{٣} & ١ \\ \frac{١}{٤} & -\frac{٥}{٨} \end{bmatrix}$

إجـابات الدرس الخامس:

حل أنظمة معادلات مصفوفية باستخدام المصفوفات

إجابات القسم الأول: أسئلة الاختيار من متعدد:

الرقم	رمز الإجابة الصحيحة	الرقم	رمز الإجابة الصحيحة
١)	د	٢)	أ+ب
٣)	أ		

إجابات القسم الثاني: الأسئلة المقالية:

٤) س = ٣ ص = −٢، ع = ١

٥) ك = ١، ن = ٣

٦) س = −٣ ، ص = −٢

٧) س = ٥ ، ص = −٢

٨) ص = −١

٩) س = ٢ ، ص = ٤

١٠) س = −١ ، ص = ٣

١١) $\frac{١}{٦} = |أ|$

١٢) س = $\begin{bmatrix} \frac{٥}{٢} \\ -\frac{٧}{٢} \end{bmatrix}$

١٣) س = ٣ ص = ٣، ع = ٤

١٤) س = −٣ ، ص = ٢

١٥) س = ٣ ، ص = ٥

١٦) س = ٣ ، ص = ٢ ، ع = ١

١٧) س = −٣ ، ص = ١

إجـابات الوحدة الرابعة: التكامل غير المحدود وتطبيقاته

إجـابات الدرس الأول: التكامل غير المحدود

إجابات القسم الأول: أسئلة الاختيار من متعدد:

الرقم	رمز الإجابة الصحيحة	الرقم	رمز الإجابة الصحيحة
١)	أ	٢)	أ
٣)	د	٤)	جـ
٥)	أ	٦)	أ
٧)	أ	٨)	د
٩)	أ	١٠)	أ
١١)	أ	١٢)	د
١٣)	د	١٤)	أ
١٥)	أ	١٦)	جـ
١٧)	د		

إجابات القسم الثاني: الأسئلة المقالية:

١٨) أجـب بنفسك

١٩) أجـب بنفسك

إجـابات الدرس الثاني: قواعد التكامل غير المحدود

إجابات القسم الأول: أسئلة الاختيار من متعدد:

الرقم	رمز الإجابة الصحيحة	الرقم	رمز الإجابة الصحيحة
١)	ب	٢)	جـ
٣)	د	٤)	ب
٥)	د	٦)	ب
٧)	جـ	٨)	ب
٩)	ب	١٠)	أ
١١)	جـ	١٢)	جـ
١٣)	أ	١٤)	أ
١٥)	جـ	١٦)	جـ
١٧)	د	١٨)	جـ
١٩)	جـ	٢٠)	أ

إجابات القسم الثاني: الأسئلة المقالية:

٢١) أ = ٢، ب = −٣

٢٢) $ن(س) = \frac{١ - جتاس}{هـ^{س}}$

٢٣) أ = ٣

٢٤) ظاس + جـ

٢٥) −ظتاس + ٤س + جـ

٢٦) −٥ظتاس − ٤س + جـ

إجـابات الدرس الثالث: تطبيقات التكامل غير المحدود

إجابات القسم الأول: أسئلة الاختيار من متعدد:

الرقم	رمز الإجابة الصحيحة	الرقم	رمز الإجابة الصحيحة
١)	أ	٢)	جـ
٣)	جـ	٤)	د
٥)	ب	٦)	جـ
٧)	د	٨)	د
٩)	جـ	١٠)	د

إجابات القسم الثاني: الأسئلة المقالية:

١١) ٦٥ م

١٢) $ن(س) = \frac{٢}{٣}\sqrt{س^{٣}} + ٢\sqrt{س} - ٢$

١٣) ١٤٠ م

١٤) ن(س) = ٢ظاس + ١

١٥) ع = $\frac{١}{٢}$ ٥ م/ث، ف = $\frac{٢١٥}{٦}$ م

إجـابات الوحدة الرابعة: التكامل غير المحدود وتطبيقاته

(١٦) $و(س) = ٢ظاس + ٢جا٢س + ٢س + ١$

(١٧) ٣٢ سم

(١٨) $ن(س) = س^{٣} + س^{٢} - ٤س + ٧$

(١٩) $ن(س) = س^{٢} - س^{٣} + ٣$

(٢٠) $٢س^{٣} - ٤س^{٢} + ٦س + ١$

(٢١) ٣٦,٥

(٢٢) $ن(س) = -\frac{١}{٢}جتا٢س + س + \frac{٣}{٢}$

(٢٣) ٦٠

(٢٤) $ن(س) = ٢س^{٣} - س^{٢} + ٧$

(٢٥) ٤,٥

(٢٦) $٢س^{٣} - ٥س^{٢} + ٨س + ٣$

(٢٧) $ن(س) = س^{٣} - ٢س^{٢} + س + ٥$

والقيمة العظمى هي $\frac{١٣٩}{٢٧}$

(٢٨) ١١٦

إجـابات الدرس الرابع: طرق التكامل

إجابات القسم الأول : أسئلة الاختيار من متعدد :

الرقم	رمز الإجابة الصحيحة	الرقم	رمز الإجابة الصحيحة
(١)	أ	(٢)	د
(٣)	د	(٤)	جـ
(٥)	أ	(٦)	ب
(٧)	ب	(٨)	ب
(٩)	أ	(١٠)	ب
(١١)	جـ	(١٢)	د
(١٣)	ب	(١٤)	جـ
(١٥)	ب	(١٦)	أ
(١٧)	د	(١٨)	أ
(١٩)	أ	(٢٠)	د
(٢١)	د		

إجـابات الوحدة الرابعة: التكامل غير المحدود وتطبيقاته الدرس الرابع: طرق التكامل

إجابات القسم الثاني: الأسئلة المقالية:

أولا التكامل بالتعويض:

٢٢) $\frac{(س^{٢}+٢س+٦)^{٦}}{١٢}-\frac{(س^{٢}+٢س+٦)^{٥}}{٢}+جـ$

٢٣) $\frac{٢}{٧}(س+٢)^{\frac{٧}{٢}}-\frac{٨}{٣}(س+٢)^{\frac{٣}{٢}}+جـ$

٢٤) $\frac{قا^{٥}س}{٥}-\frac{٢}{٣}قا^{٣}س+قاس+جـ$

٢٥) $\frac{-١}{٢(٢ظاس+١)}+جـ$

٢٦) $\frac{ظا^{٢}س}{٢}+لـو_{هـ}|جتاس|+جـ$

٢٧) $\frac{-١}{٤}\left[\left(١+\frac{١}{س^{٥}}\right)^{٤}\right]_{١}^{٥}+جـ$

٢٨) $-جتا\ لـو_{هـ}(١+جاس)+س+جتاس+جـ$

٢٩) $س\ (لـو_{هـ}س)^{٢}-٢س لـو_{هـ}س+٢س+جـ$

٣٠) $\sqrt{س}ظا\sqrt{س}+لـو_{هـ}|جتا\sqrt{س}|+جـ$

٣١) $لـو_{هـ}|جتاس-٢|-لـو_{هـ}|جتاس+٢|+جـ$

٣٢) $\frac{-١}{٨(س^{٢}+٢س+٤)^{٤}}+\frac{٣}{٥(س^{٢}+٢س+٤)^{٥}}+جـ$

٣٣) $ص=\frac{-١}{٢}\sqrt{لـو_{هـ}س^{٢}+١٤+٤}$

٣٤) $\frac{٤(١+\sqrt{س})^{\frac{٥}{٢}}}{٥}+\frac{٤(١+\sqrt{س})^{\frac{٣}{٢}}}{٣}+جـ$

٣٥) $\frac{(قاس+ظاس)^{ن}}{ن}+جـ$

٣٦) $٢س جاس+٢جتاس+جـ$

إجـابات الوحدة الرابعة: التكامل غير المحدود وتطبيقاته الدرس الرابع: طرق التكامل

أولا التكامل بالتعويض :

(٣٧) $\frac{٢س^{\frac{٣}{٢}}}{٣}$ لـو$_{هـ}$ س $-\frac{٤س^{\frac{٣}{٢}}}{٩}+$جـ

(٣٨) جاس$-$س جتاس$+$جـ

(٣٩) $\frac{٣}{٨}(س^{٢}-١)^{\frac{٤}{٣}}+$جـ

(٤٠) $\frac{١}{١٥}(جتاس+جاس)^{١٥}+$جـ

(٤١) $\frac{٢}{٥}(س+٢)^{\frac{٥}{٢}}-٤(س+٢)^{\frac{٣}{٢}}+١٦(س+٢)^{\frac{١}{٢}}+$جـ

(٤٢) $\frac{-س هـ^{س}}{س+١}+هـ^{س}+$جـ

(٤٣) $\frac{١}{٧}$ قا^{٧}س$+$جـ

(٤٤) $\frac{١}{٣}س^{٦}$ لـو$_{هـ}$ س $-\frac{١}{١٨}س^{٦}+$جـ

(٤٥) $\frac{هـ^{س}}{س+١}+$جـ

(٤٦) $\frac{١}{٣}$جا^{٣}س $-\frac{١}{٥}$جا^{٥}س$+$جـ

(٤٧) $-\frac{١}{٨}(س^{٢}+س-١)^{-٨}-\frac{١}{٩}(س^{٢}+س-١)^{-٩}+$جـ

(٤٨) $\frac{١}{٢٧}(س^{٣}-٢)^{٩}+\frac{١}{١٢}(س^{٣}-٢)^{٨}+$جـ

(٤٩) -٢لـو$_{هـ}$|جتاس|$+$ظاس$+$جـ

(٥٠) $\frac{٣}{٤٠}(١+٥س^{٢})^{\frac{٤}{٣}}+$جـ

(٥١) $\frac{١}{٩}(س-١)^{٩}+\frac{٣}{٨}(س-١)^{٨}+$جـ

إجـابات الوحدة الرابعة: التكامل غير المحدود وتطبيقاته الدرس الرابع: طرق التكامل

أولا التكامل بالتعويض :

٥٢) $-\frac{١}{٨}\left(١-٣س^{٢}\right)^{\frac{٤}{٣}}+جـ$

٥٣) $\frac{١}{٢٠}(٦س+١)^{\frac{٥}{٣}}-\frac{١}{٨}(٦س+١)^{\frac{٢}{٣}}+جـ$

٥٤) $\frac{١}{٢}جا٢س-٣س+جـ$

٥٥) $هـ^{ظاس}+جـ$

ثانيًا : التكامل بالأجزاء :

٥٦) $-\frac{(لـوس)^{٢}}{س}-٢\frac{لـوس}{س}-\frac{٢}{س}+جـ$

٥٧) $-٢س هـ^{١-٢س}-هـ^{١-٢س}+جـ$

٥٨) $\frac{١}{٢}(س^{٢}+١)^{٢}لـو_{هـ}(س^{٢}+١)-(س^{٢}+١)\left(لـو_{هـ}(س^{٢}+١)-\frac{١}{٤}\right)(س^{٢}+١)^{٢}+(س^{٢}+١)+جـ$

٥٩) $\sqrt{٤-٢س}\ جتا\sqrt{٤-٢س}-جا\sqrt{٤-٢س}+جـ$

٦٠) $-\frac{١}{٢}س قتا^{٢}س-\frac{١}{٢}ظتاس+جـ$

٦١) $\frac{١}{٢}س^{٢}لـو_{هـ}س-\frac{١}{٤}س^{٢}+جـ$

٦٢) $٢\sqrt{س}\ هـ^{\sqrt{س}}-٢هـ^{\sqrt{س}}+جـ$

٦٣) $-س هـ^{-س}-هـ^{-س}+جـ$

٦٤) $\frac{١}{١١}س^{١١}لـو_{هـ}س-\frac{١}{١٢١}س^{١١}+جـ$

٦٥) $-س^{٢}جتا س^{٢}+جا س^{٢}+جـ$

٦٦) $-٢\sqrt{س}جتا\sqrt{س}+٢جا\sqrt{س}+جـ$

٦٧) $-\frac{١}{٢}هـ^{س}جتا س+\frac{١}{٢}هـ^{س}جا س+جـ$

إجـابات الوحدة الرابعة: التكامل غير المحدود وتطبيقاته الدرس الرابع: طرق التكامل

ثالثًا : التكامل بالكسور الجزئية :

٦٨) $\text{لـو}_{\text{هـ}}\left|\frac{١+\text{لـو}س}{١-\text{لـو}س}\right|+\text{جـ}$

٦٩) $\frac{١}{٣}\text{لـو}\left|\text{هـ}^{س}-١\right|-\frac{١}{٣}\text{لـو}\left|\text{هـ}^{س}+٢\right|+\text{جـ}$

٧٠) $\frac{\text{جتا}^{٢}س}{٢}-٢\text{جتا}س+٣\text{لـو}\left|\text{جتا}س+٢\right|+\text{جـ}$

٧١) $-\frac{١}{٢}\text{لـو}_{\text{هـ}}\left|١+\frac{١}{س^{٢}}\right|+\text{جـ}$

٧٢) $\frac{٦}{٥}\text{لـو}_{\text{هـ}}\left|س-٤\right|+\frac{٤}{٥}\text{لـو}_{\text{هـ}}\left|س+١\right|+\text{جـ}$

٧٣) $\frac{١}{٣}\text{لـو}_{\text{هـ}}\left|\text{هـ}^{س}-٢\right|-\frac{١}{٣}\text{لـو}_{\text{هـ}}\left|\text{هـ}^{س}+١\right|+\text{جـ}$

٧٤) $-\frac{١}{٢}\text{لـو}_{\text{هـ}}\left|س+١\right|+\frac{٣}{٢}\text{لـو}_{\text{هـ}}\left|س-١\right|+\text{جـ}$

٧٥) $-٦\text{لـو}_{\text{هـ}}\left|\text{لـو}_{\text{هـ}}س-٣\right|-٦\text{لـو}_{\text{هـ}}\left|١-\text{لـو}_{\text{هـ}}س\right|+\text{جـ}$

٧٦) $س-٢\text{لـو}_{\text{هـ}}\left|س+٣\right|+٢\text{لـو}_{\text{هـ}}\left|س-١\right|+\text{جـ}$

٧٧) $-٢\text{لـو}_{\text{هـ}}\left|س\right|+٣\text{لـو}_{\text{هـ}}\left|س-١\right|+\text{جـ}$

٧٨) $\frac{١}{٥}\text{لـو}_{\text{هـ}}\left|\text{هـ}^{س}-٤\right|-\frac{١}{٥}\text{لـو}_{\text{هـ}}\left|\text{هـ}^{س}+١\right|+\text{جـ}$

٧٩) $\text{لـو}_{\text{هـ}}\left|\sqrt{س+١}-١\right|-\text{لـو}_{\text{هـ}}\left|\sqrt{س+١}+١\right|+\text{جـ}$

٨٠) $\frac{-٢}{٣}\text{لـو}_{\text{هـ}}\left|\text{جتا}س-٢\right|+\frac{٢}{٣}\text{لـو}_{\text{هـ}}\left|\text{جتا}س+١\right|+\text{جـ}$

٨١) $-٢\text{لـو}_{\text{هـ}}\left|س\right|+٢\text{لـو}_{\text{هـ}}\left|س-٢\right|+\text{جـ}$

٨٢) $-\text{لـو}_{\text{هـ}}\left|١-س\right|+\text{لـو}_{\text{هـ}}\left|١+س\right|+\text{جـ}$

٨٣) $٣\text{لـو}_{\text{هـ}}\left|س-٢\right|-٣\text{لـو}_{\text{هـ}}\left|س+٢\right|+\text{جـ}$

إجـابات الوحدة الرابعة: التكامل غير المحدود وتطبيقاته الدرس الرابع: طرق التكامل

ثانياً : التكامل بالكسور الجزئية :

٨٤) $\frac{٣}{٤}$ لـو$_{هـ}|س-٢| + \frac{١}{٤}$ لـو$_{هـ}|س+٢| + جـ$

٨٥) $\frac{١}{٣}$ لـو$_{هـ}|س-٢| - \frac{١}{٣}$ لـو$_{هـ}|س+١| + جـ$

٨٦) ٤ لـو$_{هـ}|\sqrt{س}+٢| - ٢$ لـو$_{هـ}|\sqrt{س}+١| + جـ$

٨٧) $-\frac{٣}{٢}$ لـو$_{هـ}|س| + \frac{٣}{٢}$ لـو$_{هـ}|س-٢| + جـ$

٨٨) $-$ لـو$_{هـ}|جتا س-١| - ٢$ لـو$_{هـ}|جتا س-٢| + جـ$

٨٩) ٦ لـو$_{هـ}|\sqrt{س}-٣| + ٤$ لـو$_{هـ}|\sqrt{س}+٢| + جـ$

٩٠) -٢لـو$_{هـ}|س| + ٤$لـو$_{هـ}|س-٢| + جـ$

٩١) $-$ لـو$_{هـ}|س+٢| + ٢$لـو$_{هـ}|س+١| + جـ$

إجـابات الوحدة الخامسة: التكامل المحدود وتطبيقاته

إجـابات الدرس الأول: التجـزئة ومجـموع ريمان

إجابات القسم الأول: أسئلة الاختيار من متعدد:

الرقم	رمز الإجابة الصحيحة	الرقم	رمز الإجابة الصحيحة
١)	ب	٢)	أ
٣)	جـ	٤)	أ
٥)	أ	٦)	أ
٧)	أ	٨)	أ
٩)	جـ	١٠)	جـ
١١)	أ	١٢)	جـ
١٣)	ب	١٤)	أ
١٥)	د	١٦)	جـ
١٧)	ب	١٨)	أ
١٩)	ب	٢٠)	ب
٢١)	ب	٢٢)	جـ
٢٣)	ب	٢٤)	د
٢٥)	ب	٢٦)	ب
٢٧)	أ	٢٨)	د
٢٩)	جـ	٣٠)	ب
٣١)	جـ	٣٢)	ب
٣٣)	جـ		

إجابات القسم الثاني: الأسئلة المقالية:

٣٤) ب = − ٢

٣٥) ب = ٨

٣٦) أ = ٢

٣٧) ٢٢

٣٨) ٢٥

٣٩) ١٦ ، ن = ٨

٤٠) ب = ٤

٤١) ٧٤

إجـابات الوحدة الخامسة: التكامل المحدود وتطبيقاته

إجـابات الدرس الثاني : التكامل المحدود

إجابات القسم الأول : أسئلة الاختيار من متعدد :

الرقم	رمز الإجابة الصحيحة	الرقم	رمز الإجابة الصحيحة
١)	جـ	٢)	أ
٣)	د	٤)	ب
٥)	جـ	٦)	د
٧)	جـ	٨)	أ
٩)	ب	١٠)	جـ
١١)	أ	١٢)	ب
١٣)	جـ	١٤)	جـ
١٥)	جـ		

إجابات القسم الثاني : الأسئلة المقالية :

١٦) $هـ^{٢} + هـ + ٧$

١٧) -١٠

١٨) ١٦

١٩) $٥هـ^{٢} - ١$

٢٠) ٤٨

٢١) $-٢هـ$

٢٢) $\frac{١}{٢}$

٢٣) -٨

٢٤) ٤٠

٢٥) ٤٢

٢٦) -٦

٢٧) -١٢

٢٨) ٢٤

٢٩) ٢٣٢

٣٠) -١٢

٣١) -١٢

٣٢) -١٠

٣٣) ٦

٣٤) -٣

٣٥) -٩

٣٦) $\frac{١٣}{٤}$ ، $\frac{-٤٧}{٢}$

٣٧) -٢٠

٣٨) ٦

٣٩) ٣٦

٤٠) -٤

٤١) صفر

٤٢) أجـب بنفسك

٤٣) ٤

إجـابات الوحدة الخامسة: التكامل المحدود وتطبيقاته

إجـابات الدرس الثالث: العلاقة بين التفاضل والتكامل

إجابات القسم الأول : أسئلة الاختيار من متعدد :

الرقم	رمز الإجابة الصحيحة	الرقم	رمز الإجابة الصحيحة
(١)	ب	(٢)	أ
(٣)	جـ	(٤)	أ
(٥)	جـ	(٦)	جـ
(٧)	ب	(٨)	جـ
(٩)	د	(١٠)	أ
(١١)	ب	(١٢)	ب
(١٣)	د	(١٤)	ب
(١٥)	أ	(١٦)	ب
(١٧)	د	(١٨)	أ
(١٩)	أ	(٢٠)	أ
(٢١)	أ	(٢٢)	ب
(٢٣)	أ	(٢٤)	د
(٢٥)	أ	(٢٦)	ب
(٢٧)	د	(٢٨)	جـ
(٢٩)	د	(٣٠)	د
(٣١)	ب	(٣٢)	أ
(٣٣)	أ	(٣٤)	د
(٣٥)	جـ	(٣٦)	أ
(٣٧)	د	(٣٨)	جـ
(٣٩)	أ	(٤٠)	جـ
(٤١)	ب	(٤٢)	أ
(٤٣)	ب	(٤٤)	ب
(٤٥)	جـ	(٤٦)	أ
(٤٧)	جـ	(٤٨)	ب
(٤٩)	أ	(٥٠)	أ
(٥١)	ب	(٥٢)	أ
(٥٣)	د	(٥٤)	ب
(٥٥)	جـ	(٥٦)	ب
(٥٧)	جـ		

إجابات القسم الثاني: الأسئلة المقالية :

(٥٨) ١) ١ ، -٤ ، -٩ ٢) ٩٦

(٥٩) ١) $ت(س) = \begin{cases} ٤س - \frac{س^{٢}}{٢} - \frac{٧}{٢} & ، \ ١ \leq س \leq ٢ \\ س^{٣} - س^{٢} - \frac{٣}{٢} & ، \ ٢ < س \leq ٤ \end{cases}$

٢) $\frac{٣٣}{٢}$

(٦٠) ١٠

(٦١) ١) $ن(س) = \begin{cases} س^{٣} - س^{٢} & ، \ ٠ \leq س \leq ٢ \\ \frac{٥س^{٢}}{٢} - ٢س - ٢ & ، \ ٢ < س \leq ٤ \end{cases}$

٢) ٢٩

(٦٢) ١) $ت(س) = \begin{cases} ٤س & ، \ ٠ \leq س < ٣ \\ س^{٢} - ٦س + ٢١ & ، \ ٣ \leq س \leq ٦ \end{cases}$

٢) -٥٤

(٦٣) $ن(س) = \begin{cases} س^{٢} + ٥س - ٦ & ، \ ١ \leq س \leq ٢ \\ س^{٣} - ٣س + ٦ & ، \ ٢ < س \leq ٤ \end{cases}$

(٦٤) ١) أ = ١ ، ب = ٤ ، جـ = ٧ ٢) ٢٨

(٦٥) $ت(س) = \begin{cases} ٢س^{٣} - ١٢س + ١٠ & ، \ ١ \leq س \leq ٢ \\ س^{٢} + ٨س - ١٨ & ، \ ٢ < س \leq ٤ \end{cases}$

(٦٦) $ت(س) = \begin{cases} -س^{٢} + ٢س + ٣ & ، \ -٣ \leq س \leq -١ \\ س^{٢} + ٢س + ٥ & ، \ -١ \leq س \leq ٣ \end{cases}$

(٦٧) $ت(س) = \begin{cases} ٣س - \frac{س^{٢}}{٢} - ٤ & ، \ ٢ \leq س \leq ٣ \\ \frac{س^{٢}}{٢} - ٣س + ٥ & ، \ ٣ < س \leq ٥ \end{cases}$

إجـابات الوحدة الخامسة: التكامل المحدود وتطبيقاته

إجـابات الدرس الثالث: العلاقة بين التفاضل والتكامل

٦٨) ١) أ = ٢ ، ب = $\frac{١}{١٢}$ ٢) $\frac{٣٢}{٣}$

٦٩) ت(س) = $\begin{cases} س^{٣} - ١٠س - ٩ & ، -١ \geq س \geq ٢ \\ س^{٢} - ٢س - ٢١ & ، ٢ \geq س \geq ٣ \end{cases}$

٧٠) ت(س) = $\begin{cases} هـ^{س} - س - ١ & ، ٠ \geq س \geq ١ \\ هـس - \frac{١}{٢}س^{٢} - \frac{٣}{٢} & ، ١ < س \geq ٣ \end{cases}$

٧١) ت(س) = $\begin{cases} س^{٢} - س - ٢ & ، -١ \geq س \geq ٢ \\ ٥س + س^{٣} - ١٨ & ، ٢ < س \geq ٣ \end{cases}$

٧٢) أ = $\frac{١}{٢}$ ، ب = ٠ ، جـ = ٢

٧٣) أ = ١ ، ب = ٤

٧٤) أ = ٣ أو −١ ، ب = ٢

٧٥) أ = −٣ ، ب = ١٣ ، −١

٧٦) ١) أ = −٤

٢) ١١

٣) ت(٢) = ٤

٧٧) ت(س) = $\begin{cases} \frac{٣}{٢}س^{٢} - \frac{٣}{٢} & ، -١ \geq س > ٢ \\ ٨س - \frac{١}{٢}س^{٢} - \frac{١٩}{٢} & ، ٢ \geq س \geq ٣ \end{cases}$

٧٨) ١) أ = ٣ ، ب = ١ ٢) ١٣

٧٩) ت(س) = $\begin{cases} س^{٣} - ١ & ، ١ \geq س > ٢ \\ ٣ + ٤س - س^{٢} & ، ٢ \geq س \geq ٤ \end{cases}$

٨٠) ١) أ = −١ ، ب = −١ ٢) ٣

إجـابات الوحدة الخامسة: التكامل المحدود وتطبيقاته

إجـابات الدرس الرابع: خصائص التكامل المحدود

إجابات القسم الأول: أسئلة الاختيار من متعدد:

الرقم	رمز الإجابة الصحيحة	الرقم	رمز الإجابة الصحيحة
(١)	أ	(٢)	أ
(٣)	د	(٤)	د
(٥)	أ	(٦)	ب
(٧)	د	(٨)	أ
(٩)	ب	(١٠)	أ
(١١)	أ	(١٢)	ب
(١٣)	أ	(١٤)	جـ
(١٥)	د	(١٦)	د
(١٧)	ب	(١٨)	د
(١٩)	د	(٢٠)	ب
(٢١)	د	(٢٢)	أ
(٢٣)	أ	(٢٤)	ب
(٢٥)	د	(٢٦)	أ
(٢٧)	جـ	(٢٨)	د
(٢٩)	جـ	(٣٠)	جـ
(٣١)	أ	(٣٢)	جـ
(٣٣)	ب	(٣٤)	د
(٣٥)	ب	(٣٦)	د
(٣٧)	أ	(٣٨)	جـ
(٣٩)	أ	(٤٠)	ب
(٤١)	ب	(٤٢)	أ
(٤٣)	جـ	(٤٤)	د
(٤٥)	ب	(٤٦)	أ
(٤٧)	د	(٤٨)	ب
(٤٩)	أ	(٥٠)	أ
(٥١)	ب	(٥٢)	جـ

إجابات القسم الثاني: الأسئلة المقالية:

(٥٣) $\frac{١٦}{٣}$ لـو$_{هـ}$

(٥٤) -١٠

(٥٥) أجـب بنفسك

(٥٦) ١٢

(٥٧) أجـب بنفسك

(٥٨) ١

(٥٩) $هـ^{\pi}-١$

(٦٠) -١٢

(٦١) أجـب بنفسك

(٦٢) أجـب بنفسك

(٦٣) ٥

(٦٤) $\frac{٣}{٢}هـ^{٤}+\frac{١}{٢}$

(٦٥) ٣لـو$_{هـ}$٥ − ٢لـو$_{هـ}$٢ − ٣لـو$_{هـ}$٤

(٦٦) أجـب بنفسك

(٦٧) $\frac{٥}{٢٤}$

(٦٨) $\frac{١}{٢}$لـو$_{هـ}\frac{٤}{٣}$

(٦٩) -٨

(٧٠) ٥(هـ − ١)

(٧١) ٢لـو$_{هـ}$٣ − ٤لـو$_{هـ}$٢

(٧٢) أجـب بنفسك

(٧٣) أجـب بنفسك

إجـابات الوحدة الخامسة: التكامل المحدود وتطبيقاته

تابع إجـابات الدرس الرابع: خصائص التكامل المحدود

٧٤) أجـب بنفسك

٧٥) $\frac{٢}{٣}$

٧٦) أجـب بنفسك

٧٧) أجـب بنفسك

٧٨) $\frac{٩٣}{١٦٠}$

٧٩) $\frac{-١}{٤٢}$

٨٠) ١

٨١) $\frac{٤٤}{٣}$

٨٢) ٣

إجـابات الدرس الخامس: تطبيقات التكامل المحدود (المساحة)

أولاً المساحة :

إجابات القسم الأول : أسئلة الاختيار من متعدد :

الرقم	رمز الإجابة الصحيحة	الرقم	رمز الإجابة الصحيحة
١)	جـ	٢)	د
٣)	أ	٤)	جـ
٥)	جـ	٦)	د
٧)	جـ		

إجابات القسم الثاني : الأسئلة المقالية :

٨) $\frac{٥}{٣}$ وحدة مربعة

٩) $\frac{هـ^{٢}}{٢} + ٢هـ - \frac{١١}{٢}$ وحدة مربعة

١٠) $\frac{١٠}{٤}$ وحدة مربعة

١١) $\frac{٩}{٢}$ وحدة مربعة

١٢) ٤ وحدات مربعة

١٣) ٦ وحدات مربعة

١٤) $٤\frac{١}{٢}$ وحدة مربعة

١٥) -٤ وحدة مربعة

١٦) $١٠\frac{٢}{٣}$ وحدة مربعة

١٧) $\frac{٣٧}{١٢}$ وحدة مربعة

١٨) ٢ وحدة مربعة

١٩) $\frac{٤}{٣}$ وحدة مربعة

٢٠) $\frac{١٩}{٦}$ وحدة مربعة

٢١) $\frac{٥}{٦}$ وحدة مربعة

٢٢) $\frac{٧}{٣}$ وحدة مربعة

٢٣) $\frac{١٤٥}{٦}$ وحدة مربعة

٢٤) $\frac{١٠}{٣}$ وحدة مربعة

إجـابات الوحدة الخامسة: التكامل المحدود وتطبيقاته

إجـابات الدرس الخامس: تطبيقات التكامل المحدود (المساحة)

٢٥) ٤ وحدة مربعة

٢٦) $\frac{١٠}{٣}$ وحدة مربعة

٢٧) $\frac{١٦}{٣}$ وحدة مربعة

٢٨) $٢٤\frac{٢}{٣}$ وحدة مربعة

٢٩) $\frac{١٢٥}{٦}$ وحدة مربعة

٣٠) ٤٤ وحدة مربعة

٣١) ١ وحدة مربعة

٣٢) ٢ وحدة مربعة

٣٣) $\frac{٨}{٣}$ وحدة مربعة

٣٤) $\frac{٤}{٣}$ وحدة مربعة

٣٥) $\frac{١٠}{٣}$ وحدة مربعة

٣٦) $\frac{٨}{٣}$ وحدة مربعة

٣٧) $٢٠\frac{١}{٤}$ وحدة مربعة

٣٨) $\frac{٣٢}{٣}$ وحدة مربعة

٣٩) $\frac{٥}{٦}$ وحدة مربعة

٤٠) $\frac{٣٢}{٣}$ وحدة مربعة

إجـابات الوحدة الخامسة: التكامل المحدود وتطبيقاته

إجـابات الدرس الخامس: تطبيقات التكامل المحدود (الحجـوم الدورانية)

ثانياً حجوم الأجسام الدورانية :

إجابات القسم الأول : أسئلة الاختيار من متعدد :

الرقم	رمز الإجابة الصحيحة	الرقم	رمز الإجابة الصحيحة
٤١)	جـ	٤٢)	د

إجابات القسم الثاني : الأسئلة المقالية :

٤٣) $\frac{٣٢\pi}{٥}$ وحدة حجـم

٤٤) $\frac{٨\pi}{٣}$ وحدة حجـم

٤٥) ١٨ وحدة حجـم

٤٦) $\frac{١٠٨\pi}{٥}$ وحدة حجـم

٤٧) $\frac{٨\pi}{٣}$ وحدة حجـم

٤٨) $\frac{\pi}{٦}$ وحدة حجـم

٤٩) اثبات

٥٠) $\frac{\pi}{٣}$ وحدة حجـم

٥١) ٩π وحدة حجـم

٥٢) π وحدة حجـم

٥٣) ٩٦π وحدة حجـم

٥٤) π وحدة حجـم

٥٥) $\frac{١١\pi}{٩}$ وحدة حجـم

إجـابات الوحدة السادسة: الأعداد المركبة

إجـابات الدرس الأول: الأعداد المركبة

إجابات القسم الأول : أسئلة الاختيار من متعدد :

الرقم	رمز الإجابة الصحيحة	الرقم	رمز الإجابة الصحيحة
١)	أ	٢)	جـ
٣)	جـ	٤)	ا
٥)	جـ	٦)	ا
٧)	ا	٨)	جـ
٩)	جـ	١٠)	جـ
١١)	ب	١٢)	د

إجابات القسم الثاني : الأسئلة المقالية :

١٣) $٠ + ٤ت$

١٤) صفر

١٥) $-١ - ت$

١٦) $ت^{١٣} = ت$
$ت^{-١٧} = ت^{-١}$

١٧) $-٢٥ = ٢٥ ت^{٢}$
$-٠,٤ = ٠,٤ ت^{٢}$

١٨) أجـب بنفسك

١٩) $-٢ت$

٢٠) أجـب بنفسك

إجـابات الدرس الثاني
العمليات على الأعداد المركبة

إجابات القسم الأول : أسئلة الاختيار من متعدد

الرقم	رمز الإجابة الصحيحة	الرقم	رمز الإجابة الصحيحة
١)	د	٢)	ب
٣)	ا	٤)	د
٥)	ب	٦)	د
٧)	جـ	٨)	ا
٩)	ب	١٠)	جـ
١١)	جـ	١٢)	ب

إجابات القسم الثاني : الأسئلة المقالية :

١٣) $أ = ١٠$

١٤) $ع^{-١} = \frac{١}{٣٢} - \frac{١}{٣٢} ت$

١٥) ٣٢

١٦) $س = ٢ ، ص = ١$

١٧) ١٠

١٨) $س = ٨ ، ص = ٥$

١٩) $١١ + ١٠ ت$

إجـابات الوحدة السادسة: الأعداد المركبة

إجـابات الدرس الثالث: قسمة الأعداد المركبة

إجابات القسم الأول : أسئلة الاختيار من متعدد :

الرقم	رمز الإجابة الصحيحة	الرقم	رمز الإجابة الصحيحة
(١)	ا	(٢)	د
(٣)	جـ	(٤)	ب
(٥)	د	(٦)	د
(٧)	ب	(٨)	ا
(٩)	ا	(١٠)	د
(١١)	د	(١٢)	ا
(١٣)	د	(١٤)	د
(١٥)	د	(١٦)	ا
(١٧)	د	(١٨)	ب
(١٩)	د	(٢٠)	ب
(٢١)	جـ	(٢٢)	جـ
(٢٣)	ا		

إجابات القسم الثاني : الأسئلة المقالية :

(٢٤) ١) $\frac{٥}{٤}ت - \frac{١}{٤}$

٢) $\sqrt{٢}\left(جتا\frac{\pi}{٤} + ت جا\frac{\pi}{٤}\right)$

(٢٥) $١١ + ٤ت$

(٢٦) أجـب بنفسك

(٢٧) $٢\left(جتا\frac{\pi}{٣} + ت جا\frac{\pi}{٣}\right)$

(٢٨) ١

(٢٩) ١) $\frac{-١١}{٢٥} + \frac{٢}{٢٥}ت$

٢) $\frac{١١٧}{١٢٥} + \frac{٤٤}{١٢٥}ت$

(٣٠) $ا = ١ ، ب = ٥$

(٣١) ١) $١٥ + ٣ت$

٢) $\frac{٢}{١٣} + \frac{٣}{١٣}ت$

(٣٢) $\frac{\pi}{\sqrt{٢}} + \frac{\pi}{\sqrt{٢}}ت$

(٣٣) $٤\left(جتا\frac{٥\pi}{٣} + ت جا\frac{٥\pi}{٣}\right)$

(٣٤) $\frac{-٦ + ١٧ت}{٢٥}$

(٣٥) $\left(\frac{٣}{٥} + \frac{٤}{٥}ت\right)$

(٣٦) أجـب بنفسك

(٣٧) أجـب بنفسك

(٣٨) $٤ ، \frac{٧\pi}{٦}$

(٣٩) $\frac{١}{٢}\left(جتا\frac{٧\pi}{٦} + ت جا\frac{٧\pi}{٦}\right)$